

Lecția 3 – Congruența triunghiurilor

Clasa a 6-a – Capitolul 2 – Triunghiul. Congruența triunghiurilor

Instrucțiuni

Rezolvă exercițiile utilizând definiția congruenței și cazurile de congruență (L.U.L., U.L.U., L.L.L.). *Reține: Două triunghiuri sunt congruente dacă au laturile respectiv congruente și unghiurile respectiv congruente. Cazurile de congruență ne permit să verificăm acest lucru folosind doar 3 elemente.* Durata recomandată: **45–50 minute**.

Exerciții

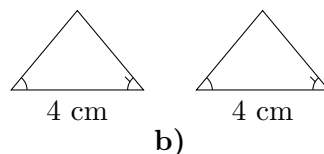
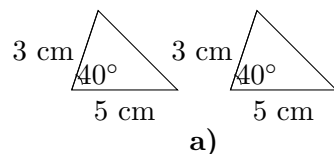
Exercițiul 1. Se dă congruența $\triangle ABC \equiv \triangle MNP$.

- (a) Scrieți toate perechile de laturi congruente.
- (b) Scrieți toate perechile de unghiuri congruente.

Exercițiul 2. Triunghiurile DEF și STV sunt congruente. Știind că $DE = 4$ cm, $EF = 6$ cm și $m(\angle D) = 50^\circ$, determinați:

- (a) Lungimea laturii ST .
- (b) Lungimea laturii TV .
- (c) Măsura unghiului S .

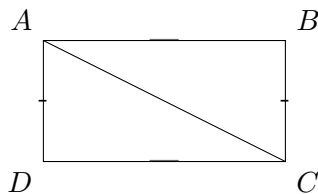
Exercițiul 3. Priviți figurile de mai jos. Stabiliți dacă triunghiurile sunt congruente și precizați cazul de congruență (L.U.L., U.L.U. sau L.L.L.) pentru fiecare pereche.



Exercițiul 4. Fie segmentul AB și O mijlocul său. Prin O se duce o dreaptă d care nu este perpendiculară pe AB . Pe dreapta d se iau punctele M și N astfel încât $OM = ON$ (punctele M și N sunt de o parte și de alta a lui AB). Demonstrați că $\triangle AMO \equiv \triangle BNO$.

Exercițiul 5. Se consideră triunghiul isoscel ABC cu $AB = AC$. Fie D un punct pe latura BC astfel încât $\angle BAD \equiv \angle CAD$. Demonstrați că $\triangle ABD \equiv \triangle ACD$.

Exercițiul 6. În figura de mai jos, se știe că $AB = CD$ și $AD = BC$. Demonstrați că $\triangle ABC \equiv \triangle CDA$.



Exercițiul 7. Se dă unghiul xOy . Pe latura Ox se iau punctele A și B ($O - A - B$), iar pe latura Oy se iau punctele C și D ($O - C - D$) astfel încât: 1) $OA = OC$ 2) $OB = OD$ Identificați două triunghiuri congruente care au un vârf comun în O și demonstrați congruența lor.

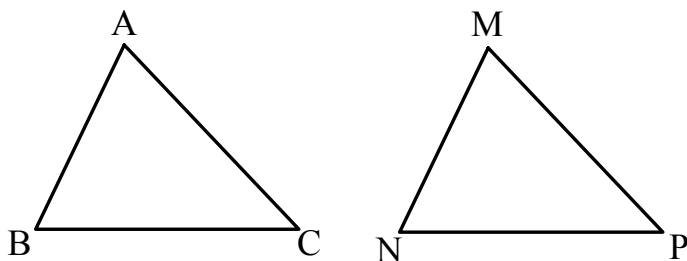
Exercițiul 8. Se știe că $\triangle ABC \equiv \triangle DEF$. Laturile triunghiului ABC au lungimile: $AB = x + 2$, $BC = 2x - 1$ și $AC = 8$. Latura EF a triunghiului DEF are lungimea de 5 cm.

- (a) Aflați valoarea lui x .
- (b) Calculați perimetrul triunghiului ABC .
- (c) Determinați lungimile laturilor DE și DF .

Succes!

Exercițiul 1. Se dă congruența $\triangle ABC \equiv \triangle MNP$.

- (a) Scrieți toate perechile de laturi congruente.
 (b) Scrieți toate perechile de unghiuri congruente.

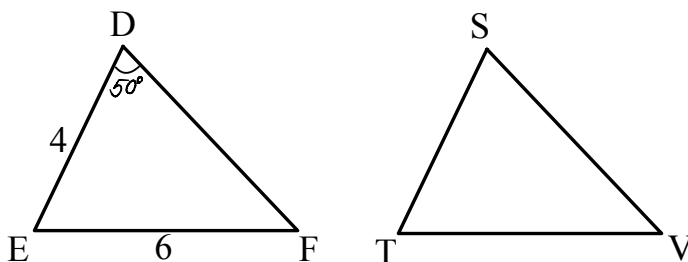


a) $AB = MN$
 $AC = MP$
 $BC = NP$

b) $\sphericalangle A = \sphericalangle M$
 $\sphericalangle B = \sphericalangle N$
 $\sphericalangle C = \sphericalangle P$

Exercițiul 2. Triunghiurile DEF și STV sunt congruente. Știind că $DE = 4$ cm, $EF = 6$ cm și $m(\angle D) = 50^\circ$, determinați:

- (a) Lungimea laturii ST .
 (b) Lungimea laturii TV .
 (c) Măsura unghiului S .

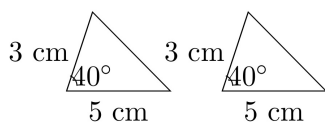


a) $\triangle DEF \equiv \triangle STV \Rightarrow DE = ST = 4$ cm

b) $\triangle DEF \equiv \triangle STV \Rightarrow EF = TV = 6$ cm

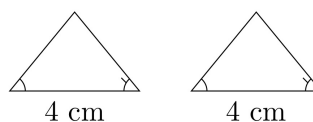
c) $\triangle DEF \equiv \triangle STV \Rightarrow \sphericalangle D = \sphericalangle S = 50^\circ$

Exercițiul 3. Priviți figurile de mai jos. Stabiliți dacă triunghiurile sunt congruente și precizați cazul de congruență (L.U.L., U.L.U. sau L.L.L.) pentru fiecare pereche.



a)

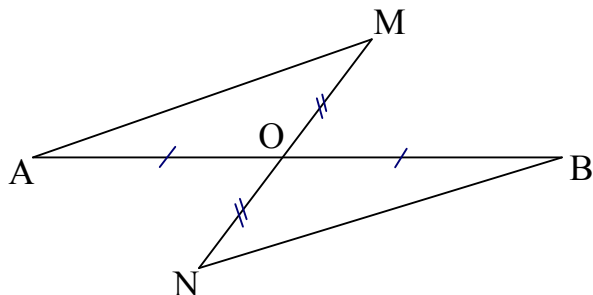
Triunghiurile sunt congruente, iar cazul este LUL (2 laturi congruente, precum și unghiul dintre ele).



b)

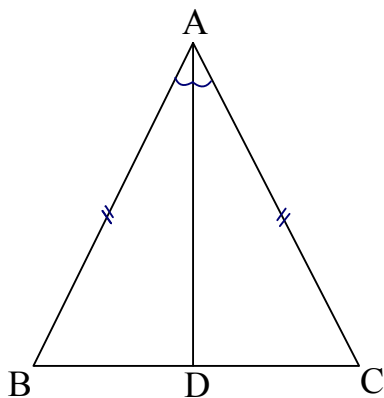
Triunghiurile sunt congruente, iar cazul este ULU (2 unghiuri congruente, precum și latura dintre ele).

Exercițiul 4. Fie segmentul AB și O mijlocul său. Prin O se duce o dreaptă d care nu este perpendiculară pe AB . Pe dreapta d se iau punctele M și N astfel încât $OM = ON$ (punctele M și N sunt de o parte și de alta a lui AB). Demonstrați că $\triangle AMO \equiv \triangle BNO$.



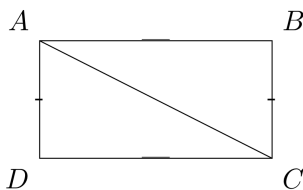
$$\begin{aligned} O \text{ mijloc } [AB] &\Rightarrow AO = OB \\ \angle AOM &\equiv \angle BON \text{ (opuse la vârf)} \\ NO &= OM \end{aligned} \left. \vphantom{\begin{aligned} O \text{ mijloc } [AB] &\Rightarrow AO = OB \\ \angle AOM &\equiv \angle BON \text{ (opuse la vârf)} \\ NO &= OM \end{aligned}} \right\} \text{LVL} \Rightarrow \triangle AMO \equiv \triangle BNO \text{ (LVL)}$$

Exercițiul 5. Se consideră triunghiul isoscel ABC cu $AB = AC$. Fie D un punct pe latura BC astfel încât $\angle BAD \equiv \angle CAD$. Demonstrați că $\triangle ABD \equiv \triangle ACD$.



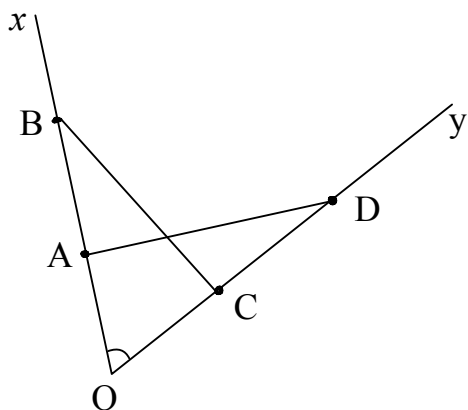
$$\begin{aligned} \triangle ABC \text{ isoscel} &\Rightarrow AB = AC \\ \triangle ABD & \left\{ \begin{array}{l} AB = AC \\ \angle BAD = \angle CAD \\ AD - \text{latură comună} \end{array} \right. \end{aligned} \left. \vphantom{\begin{aligned} \triangle ABC \text{ isoscel} &\Rightarrow AB = AC \\ \triangle ABD & \left\{ \begin{array}{l} AB = AC \\ \angle BAD = \angle CAD \\ AD - \text{latură comună} \end{array} \right. \right\} \right\} \text{LVL} \Rightarrow \triangle ABD \equiv \triangle ACD$$

Exercițiul 6. În figura de mai jos, se știe că $AB = CD$ și $AD = BC$. Demonstrați că $\triangle ABC \equiv \triangle CDA$.



$$\begin{aligned} \triangle ABC & \left\{ \begin{array}{l} AB = CD \\ BC = AD \\ AC - \text{latură comună} \end{array} \right. \end{aligned} \left. \vphantom{\begin{aligned} \triangle ABC & \left\{ \begin{array}{l} AB = CD \\ BC = AD \\ AC - \text{latură comună} \end{array} \right. \right\} \right\} \text{LLL} \Rightarrow \triangle ABC \equiv \triangle CDA$$

Exercițiul 7. Se dă unghiul xOy . Pe latura Ox se iau punctele A și B ($O - A - B$), iar pe latura Oy se iau punctele C și D ($O - C - D$) astfel încât: 1) $OA = OC$ 2) $OB = OD$ Identificați două triunghiuri congruente care au un vârf comun în O și demonstrați congruența lor.

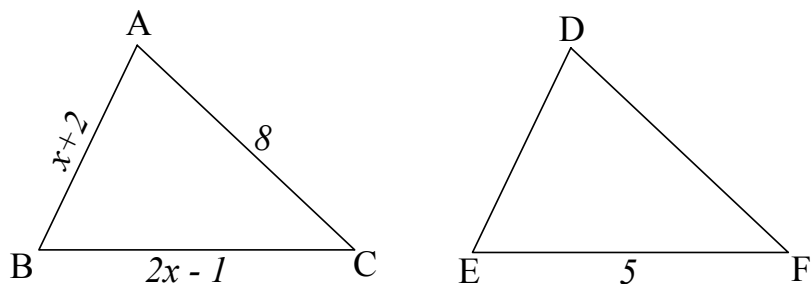


Vom demonstra că cele două
triunghiuri căutate sunt: $\triangle AOD$ și
 $\triangle COB$

$$\left. \begin{array}{l} \triangle AOD \\ \triangle COB \end{array} \right\} \begin{array}{l} AO = CO \\ \angle O \rightarrow \text{unghi comun} \\ OD = OB \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} \triangle AOD \\ \triangle COB \end{array}} \right\} \begin{array}{l} \text{LVL} \\ \Rightarrow \\ \triangle AOD = \triangle COB \end{array}$$

Exercițiul 8. Se știe că $\triangle ABC \equiv \triangle DEF$. Laturile triunghiului ABC au lungimile: $AB = x + 2$, $BC = 2x - 1$ și $AC = 8$. Latura EF a triunghiului DEF are lungimea de 5 cm.

- Aflați valoarea lui x .
- Calculați perimetrul triunghiului ABC .
- Determinați lungimile laturilor DE și DF .



$$a) \triangle ABC \equiv \triangle DEF \Rightarrow BC = EF \Rightarrow 2x - 1 = 5 \quad | +1 \Rightarrow 2x = 6 \quad | :2 \Rightarrow x = 3$$

$$b) BC = 2x - 1 = 2 \cdot 3 - 1 = 6 - 1 = 5$$

$$AB = x + 2 = 3 + 2 = 5$$

$$P_{\triangle ABC} = AB + BC + AC = 5 + 5 + 8 = 18 \text{ cm}$$

$$c) \triangle ABC \equiv \triangle DEF \Rightarrow DE = AB = 5 \text{ cm} \\ DF = AC = 8 \text{ cm}$$