

Lecția 10 – Trunchiul de con circular drept

Clasa a 8-a – Capitolul 3 – Geometrie în spațiu

Instrucțiuni

Rezolvă exercițiile folosind formulele pentru aria laterală (A_l), aria totală (A_t) și volumul (V) trunchiului de con circular drept. Durata recomandată: **45–50 minute**.

Exerciții

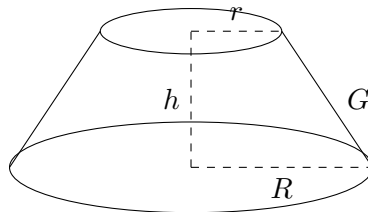
Exercițiul 1. Se consideră un trunchi de con circular drept.

- (a) Ce figură geometrică este secțiunea axială a acestui trunchi de con?
- (b) Dacă razele bazelor sunt $R = 5$ cm și $r = 3$ cm, calculați lungimea liniei mijlocii a secțiunii axiale.

Exercițiul 2. Un trunchi de con circular drept are raza bazei mari $R = 10$ cm, raza bazei mici $r = 6$ cm și generatoarea $G = 5$ cm. Calculați aria laterală a trunchiului de con.

Exercițiul 3. Un trunchi de con are aria bazei mari $A_B = 100\pi$ cm², aria bazei mici $A_b = 36\pi$ cm² și înălțimea $h = 4$ cm. Calculați volumul trunchiului de con.

Exercițiul 4. Un trunchi de con circular drept are razele bazelor $R = 11$ cm și $r = 5$ cm, iar înălțimea $h = 8$ cm. Calculați generatoarea trunchiului de con (G).



Exercițiul 5. Aria secțiunii axiale a unui trunchi de con circular drept este 88 cm². Razele bazelor sunt $R = 14$ cm și $r = 8$ cm. Calculați înălțimea trunchiului de con.

Exercițiul 6. Un vas în formă de trunchi de con circular drept are dimensiunile interioare: $R = 2$ dm, $r = 1$ dm și $h = 3$ dm. Verificați dacă în vas încap mai mult de 20 de litri de apă. (Se consideră $\pi \approx 3,14$).

Exercițiul 7. Un trunchi de con circular drept are razele $R = 8$ cm, $r = 3$ cm și generatoarea $G = 13$ cm. Calculați înălțimea conului din care provine trunchiul.

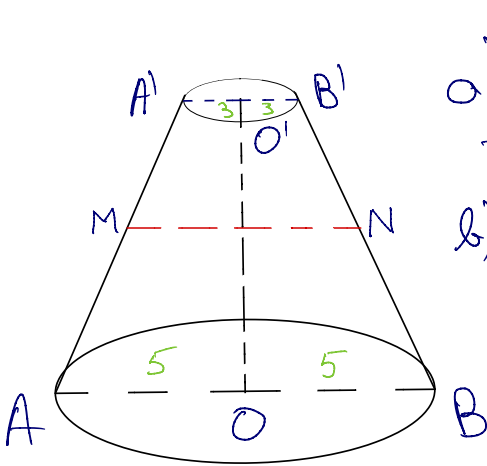
Exercițiul 8. Un trunchi de con circular drept are raza bazei mari $R = 25$ cm, înălțimea $h = 4$ cm și generatoarea $G = 5$ cm. Calculați:

- (a) Raza bazei mici (r).
- (b) Aria totală a trunchiului de con.

Succes!

Exercițiul 1. Se consideră un trunchi de con circular drept.

- (a) Ce figură geometrică este secțiunea axială a acestui trunchi de con?
 (b) Dacă razele bazelor sunt $R = 5$ cm și $r = 3$ cm, calculați lungimea liniei mijlocii a secțiunii axiale.



a) Secțiunea axială este reprezentată de trapezul isoscel $ABB'A'$.

b) Fie MN linia mijlocie a trapezului $ABB'A'$, unde M este mijlocul $A'A$ și N mijlocul $B'B$.

$$MN = \frac{AB + A'B'}{2} = \frac{2R + 2r}{2} = \frac{2(R+r)}{2} = 5 + 3$$

$$\Rightarrow MN = 8 \text{ cm}$$

Exercițiul 2. Un trunchi de con circular drept are raza bazei mari $R = 10$ cm, raza bazei mici $r = 6$ cm și generatoarea $G = 5$ cm. Calculați aria laterală a trunchiului de con.

$$A_l = \pi \cdot G(R+r) \Rightarrow A_l = \pi \cdot 5(10+6) = 5\pi \cdot 16 \Rightarrow A_l = 80\pi \text{ cm}^2$$

Exercițiul 3. Un trunchi de con are aria bazei mari $A_B = 100\pi \text{ cm}^2$, aria bazei mici $A_b = 36\pi \text{ cm}^2$ și înălțimea $h = 4$ cm. Calculați volumul trunchiului de con.

$$V = \frac{\pi \cdot h}{3} (R^2 + r^2 + R \cdot r)$$

$$\left. \begin{array}{l} A_B = 100\pi \\ A_B = \pi R^2 \end{array} \right\} \Rightarrow \pi R^2 = 100\pi \Rightarrow R^2 = 100 \Rightarrow R = \sqrt{100}$$

$$\Rightarrow R = 10 \text{ cm}$$

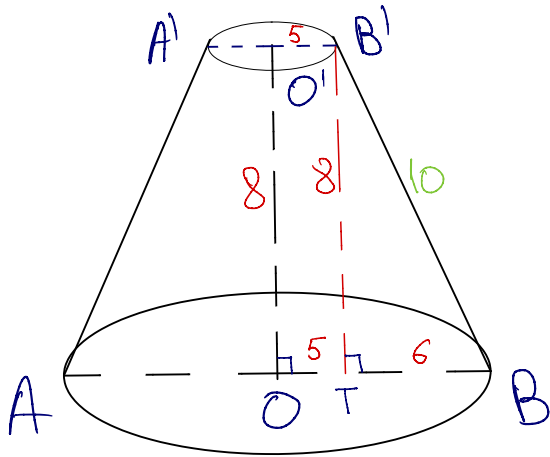
$$\left. \begin{array}{l} A_b = 36\pi \\ A_b = \pi r^2 \end{array} \right\} \Rightarrow \pi r^2 = 36\pi \Rightarrow r^2 = 36 \Rightarrow r = \sqrt{36}$$

$$\Rightarrow r = 6 \text{ cm}$$

$$\Rightarrow V = \frac{\pi \cdot 4}{3} (10^2 + 6^2 + 10 \cdot 6) = \frac{\pi \cdot 4}{3} (100 + 36 + 60)$$

$$\Rightarrow V = \frac{\pi \cdot 4}{3} \cdot 196 \Rightarrow V = \frac{784\pi}{3} \text{ cm}^3$$

Exercițiul 4. Un trunchi de con circular drept are razele bazelor $R = 11$ cm și $r = 5$ cm, iar înălțimea $h = 8$ cm. Calculați generatoarea trunchiului de con (G).



Fie $B'T \perp OB$, $T \in OB$.

$O'B'T$ dreptunghi $\Rightarrow O'B' = OT = 5$ cm

$$TB = OB - OT = 11 - 5 = 6 \text{ cm}$$

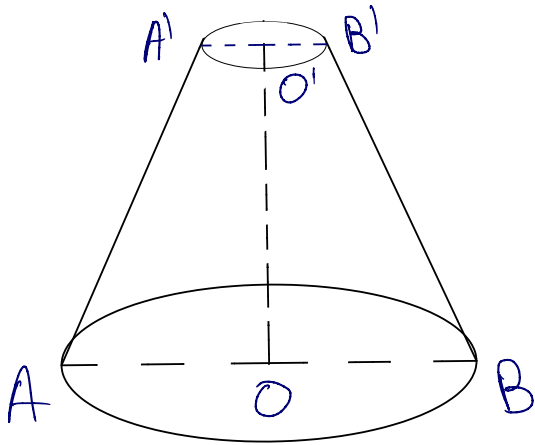
$$O'O = B'T = 8 \text{ cm}$$

În $\triangle B'TB$ dreptunghiuc aplic T.P.:

$$\Rightarrow B'B^2 = O'T^2 + TB^2$$

$$\Rightarrow B'B^2 = 8^2 + 6^2 = 64 + 36 = 100 \Rightarrow B'B = \sqrt{100} = 10 \text{ cm} \Rightarrow G = 10 \text{ cm}$$

Exercițiul 5. Aria secțiunii axiale a unui trunchi de con circular drept este 88 cm^2 . Razele bazelor sunt $R = 14$ cm și $r = 8$ cm. Calculați înălțimea trunchiului de con.



$$A_{ABB'A'} = 88 \text{ cm}^2$$

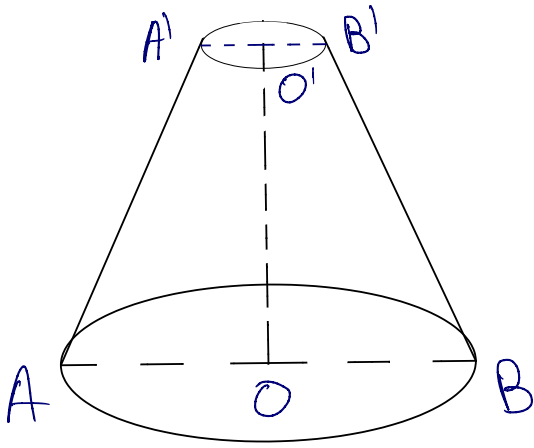
$$A_{ABB'A'} = \frac{(B+B') \cdot h}{2} = \frac{(AB + A'B') \cdot O'O}{2} \quad \left. \vphantom{A_{ABB'A'}} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \frac{(2R + 2r) \cdot O'O}{2} = 88$$

$$\Rightarrow \frac{2(R+r) \cdot O'O}{2} = 88 \Rightarrow (14 + 8) \cdot O'O = 88$$

$$\Rightarrow 22 \cdot O'O = 88 \quad | : 22 \Rightarrow O'O = 4 \text{ cm} \Rightarrow h = 4 \text{ cm}$$

Exercițiul 6. Un vas în formă de trunchi de con circular drept are dimensiunile interioare: $R = 2$ dm, $r = 1$ dm și $h = 3$ dm. Verificați dacă în vas încap mai mult de 20 de litri de apă. (Se consideră $\pi \approx 3,14$).



$$V = \frac{\pi \cdot h}{3} (R^2 + r^2 + R \cdot r)$$

$$\Rightarrow V = \frac{\pi \cdot 3}{3} (2^2 + 1^2 + 2 \cdot 1)$$

$$\Rightarrow V = \pi \cdot (4 + 1 + 2) \Rightarrow V = 7\pi \text{ dm}^3$$

Obs | $1 \text{ dm}^3 = 1 \text{ liter}$

Înlocuim și verificăm dacă: $V > 20$ l

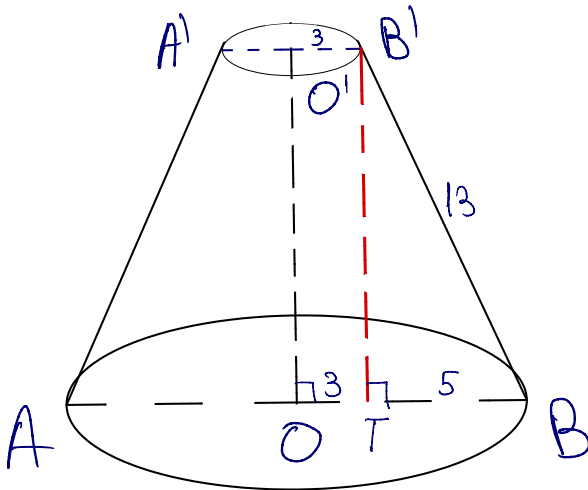
$$\Rightarrow 7\pi > 20 \Rightarrow 7\pi > 20$$

$$7\pi \approx 7 \cdot 3,14 \approx 21,98$$

$$\Rightarrow 21,98 > 20$$

$$\Rightarrow \text{Adevărat}$$

Exercițiul 7. Un trunchi de con circular drept are razele $R = 8$ cm, $r = 3$ cm și generatoarea $G = 13$ cm. Calculați înălțimea conului din care provine trunchiul.



$$G = B'B = 13 \text{ cm}$$

$$R = OB = 8 \text{ cm}$$

$$r = O'B' = 3 \text{ cm}$$

$$\text{Fie } B'T \perp OB, T \in OB.$$

$$O'B'T \text{ dreptunghi} \Rightarrow O'B' = OT = 3 \text{ cm}$$

$$TB = OB - OT = 8 - 3 = 5 \text{ cm}$$

$$\text{În } \triangle B'TB \text{ dreptunghi aplicăm T.P.:}$$

$$\Rightarrow B'B^2 = B'T^2 + TB^2$$

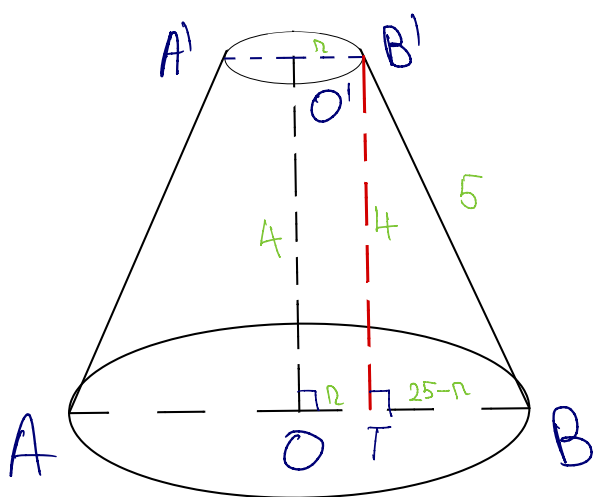
$$\Rightarrow 13^2 = B'T^2 + 5^2 \Rightarrow 169 = B'T^2 + 25 \Rightarrow B'T^2 = 169 - 25 = 144 \Rightarrow B'T = \sqrt{144} = 12 \text{ cm}$$

$$O'O = B'T$$

$$O'O = B'T = h = 12 \text{ cm}$$

Exercițiul 8. Un trunchi de con circular drept are raza bazei mari $R = 25$ cm, înălțimea $h = 4$ cm și generatoarea $G = 5$ cm. Calculați:

- (a) Raza bazei mici (r).
 (b) Aria totală a trunchiului de con.



a) $G = B'B = 5$ cm

Fie $B'T \perp OB, T \in OB$.

$O'B'TO$ dreptunghi $\Rightarrow O'O = B'T = 4$ cm

$O'B'TO$ dreptunghi $\Rightarrow O'B' = OT = r$

$TB = OB - OT = R - r \Rightarrow TB = (25 - r)$ cm

În $\triangle B'TB$ dreptunghi aplicăm T.P.: $B'B^2 = B'T^2 + TB^2$

$\Rightarrow 5^2 = 4^2 + (25 - r)^2 \Rightarrow 25 = 16 + (25 - r)^2 \Rightarrow$

$\Rightarrow (25 - r)^2 = 9 \Rightarrow 25 - r = \sqrt{9} \Rightarrow 25 - r = 3 \Rightarrow r = 22$ cm

b) $A_t = A_e + A_B + A_L$

$A_L = \pi G(R + r) = \pi \cdot 5(25 + 22) = \pi \cdot 5 \cdot 47 = 235\pi$ cm²

$A_B = \pi R^2 = \pi \cdot 25^2 = 625\pi$ cm²

$A_e = \pi r^2 = \pi \cdot 22^2 = 484\pi$ cm²

$\Rightarrow A_t = 235\pi + 625\pi + 484\pi \Rightarrow A_t = 1344\pi$ cm²