



Fișă de lucru

Fișă recapitulativă – Lecțiile 1–4

Clasa a 6-a – Capitolul 3 - Rapoarte și proporții

Exerciții

Exercițiul 1. Se știe că $a = 550$. Calculați valoarea raportului $\frac{a}{50}$.

Rezolvare:

$$\frac{a}{50} = \frac{550}{50}. \text{ Împărțim la } 10: \frac{55}{5} = 11. \text{ Răspuns: } 11.$$

Exercițiul 2. Aflați valoarea raportului $\frac{a}{b}$, știind că $a = 1 + 2 + \dots + 60$, iar $b = 30$.

Rezolvare:

Suma primelor n numere naturale: $1 + 2 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$. Aici

$$a = \frac{60 \cdot 61}{2} = 30 \cdot 61 = 1830. \quad \frac{a}{b} = \frac{1830}{30} = 61.$$

Exercițiul 3. Calculați termenul necunoscut x în următoarele proporții:

(a) $\frac{x}{1} = 0,2$

(b) $\frac{4,2}{x} = 5$

(c) $\frac{9}{x} = 4$

(d) $\frac{x}{6,4} = 8$

Rezolvare:

(a) $\frac{x}{1} = 0,2 \Rightarrow x = 0,2.$

(b) $\frac{4,2}{x} = 5 \Rightarrow 4,2 = 5x \Rightarrow x = \frac{4,2}{5} = 0,84.$

$$(c) \frac{9}{x} = 4 \Rightarrow 9 = 4x \Rightarrow x = \frac{9}{4} = 2,25.$$

$$(d) \frac{x}{6,4} = 8 \Rightarrow x = 8 \cdot 6,4 = 51,2.$$

Exercițiul 4. Se știe că $\frac{x}{y} = 1,2$. Calculați expresia $3x + 5y$.

Rezolvare:

Din $\frac{x}{y} = 1,2$ rezultă $x = 1,2y$. Atunci

$3x + 5y = 3 \cdot 1,2y + 5y = 3,6y + 5y = 8,6y$. *Fără o valoare pentru y , expresia nu are o valoare numerică unică (depinde de y).*

Exercițiul 5. Un obiect costă 30 lei. După o scumpire, prețul ajunge la 36 lei. Cu câte procente s-a majorat prețul?

Rezolvare:

Creșterea este $36 - 30 = 6$ lei. Procentul: $\frac{6}{30} \cdot 100\% = \frac{1}{5} \cdot 100\% = 20\%$.

Răspuns: 20%.

Exercițiul 6. Luca a citit 30% dintr-o carte. Dacă mai are de citit 210 pagini, câte pagini are cartea?

Rezolvare:

Partea necitită este $100\% - 30\% = 70\%$. Scriem:

$$\frac{70}{100} \cdot T = 210 \Rightarrow T = 210 \cdot \frac{100}{70} = 210 \cdot \frac{10}{7} = 30 \cdot 10 = 300. \text{ Cartea are 300 pagini.}$$

Exercițiul 7. Într-o clasă sunt 25 de elevi, dintre care 60% sunt băieți. Ce procent din numărul băieților reprezintă fetele?

Rezolvare:

Băieți: $0,6 \cdot 25 = 15$. Fete: $25 - 15 = 10$. Procentul fetelor raportat la băieți:

$$\frac{10}{15} \cdot 100\% = \frac{2}{3} \cdot 100\% = 66\frac{2}{3}\% \approx 66,67\%.$$

Exercițiul 8. Se știe că $12x - 5y = 0$. Calculați $4x + y$.

Rezolvare:

Din $12x - 5y = 0$ avem $12x = 5y \Rightarrow y = \frac{12}{5}x$. Atunci

$4x + y = 4x + \frac{12}{5}x = \left(4 + \frac{12}{5}\right)x = \frac{32}{5}x$. Echivalent: $4x + y = \frac{8}{3}y$. Fără valori pentru x sau y , nu rezultă un număr fix.

Exercițiul 9. Calculați:

(a) 15% din 2500

(b) 0,4% din 120

Rezolvare:

$$(a) \quad 15\% \text{ din } 2500 = \frac{15}{100} \cdot 2500 = 15 \cdot 25 = 375.$$

$$(b) \quad 0,4\% = \frac{4}{1000} = \frac{1}{250} \cdot 0,4\% \text{ din } 120 = \frac{1}{250} \cdot 120 = \frac{120}{250} = \frac{12}{25} = 0,48.$$

Exercițiul 10. După o scumpire cu 15% și apoi o ieftinire cu 11,5 lei, prețul final al unui obiect este 57,5 lei.

(a) Care era prețul inițial?

(b) Cu câte procente s-a ieftinit față de prețul scumpit?

Rezolvare:

Notăm: P_i = prețul inițial, P_1 = prețul după scumpirea cu 15%, iar prețul final este 57,5 lei.

După scumpirea cu 15%:

$$P_1 = P_i + \frac{15}{100} \cdot P_i = \left(\frac{100}{100} + \frac{15}{100}\right) P_i = \frac{115}{100} P_i.$$

După ieftinirea cu 11,5 lei:

$$P_1 - 11,5 = 57,5.$$

Înlocuim $P_1 = \frac{115}{100} P_i$:

$$\frac{115}{100} P_i - 11,5 = 57,5.$$

Amplificăm cu 100 (scăpăm de numitor):

$$115 P_i - 1150 = 5750 \implies 115 P_i = 6900 \implies P_i = \frac{6900}{115} = 60 \text{ lei.}$$

(b) Prețul după scumpire:

$$P_1 = \frac{115}{100} \cdot P_i = \frac{115}{100} \cdot 60 = \frac{6900}{100} = 69 \text{ lei.}$$

Procentul ieftinirii față de prețul scumpit:

$$\text{procent} = \frac{11,5}{69} \cdot 100\% = \frac{115}{690} \cdot 100\% = \frac{1}{6} \cdot 100\% = 16\frac{2}{3}\%.$$

Exercițiul 11. Scrieți raportul dintre numerele 4 și 2, apoi calculați valoarea acestuia.

Rezolvare:

Raportul $4 : 2 = \frac{4}{2} = \frac{2 \cdot 2}{2} = 2$. Valoarea raportului este 2 (sau $2 : 1$ în formă simplificată).

Exercițiul 12. Se știe că $3x - y = 5$. Calculați valoarea expresiei $\frac{2x + y}{4}$.

Rezolvare:

Din $3x - y = 5 \Rightarrow y = 3x - 5$. $\frac{2x + y}{4} = \frac{2x + (3x - 5)}{4} = \frac{5x - 5}{4} = \frac{5}{4}(x - 1)$.
Fără o valoare pentru x , expresia rămâne în funcție de x .

Exercițiul 13. Determinați x în următoarele proporții:

(a) $\frac{6}{x-1} = 0,3$

(b) $\frac{1,16}{x} = 0,38$

Rezolvare:

(a) $\frac{6}{x-1} = 0,3 = \frac{3}{10} \Rightarrow 6 \cdot 10 = 3(x-1) \Rightarrow 60 = 3x - 3 \Rightarrow 3x = 63 \Rightarrow x = 21$.

(b) $\frac{1,16}{x} = 0,38 \Rightarrow 1,16 = 0,38x \Rightarrow x = \frac{1,16}{0,38} = \frac{116}{38} = \frac{58}{19}$

Exercițiul 14. Împărțiți numărul 350 în patru părți astfel încât:

- a doua parte să fie $\frac{2}{3}$ din prima,
- a treia parte să fie dublul celei de-a doua,
- a patra parte să fie jumătate din a treia.

Rezolvare:

Notăm prima parte x . Atunci:

$$\text{partea } 2 = \frac{2}{3}x, \quad \text{partea } 3 = 2 \cdot \frac{2}{3}x = \frac{4}{3}x, \quad \text{partea } 4 = \frac{1}{2} \cdot \frac{4}{3}x = \frac{2}{3}x.$$

Suma este 350:

$$x + \frac{2}{3}x + \frac{4}{3}x + \frac{2}{3}x = \left(1 + \frac{8}{3}\right)x = \frac{11}{3}x = 350 \Rightarrow x = 350 \cdot \frac{3}{11} = \frac{1050}{11} = 95\frac{5}{11}.$$

Rezultă:

$$\text{partea } 1 = \frac{1050}{11}, \quad \text{partea } 2 = \frac{2}{3} \cdot \frac{1050}{11} = \frac{700}{11}, \quad \text{partea } 3 = \frac{4}{3} \cdot \frac{1050}{11} = \frac{1400}{11}, \quad \text{partea } 4 = \frac{2}{3} \cdot \frac{1050}{11} = \frac{700}{11}.$$

Sunt valori fracționare; suma verifică: $\frac{1050 + 700 + 1400 + 700}{11} = \frac{3850}{11} = 350.$

Succes!