

Fișă de lucru

Lecția 3 – Proprietățile triunghiului dreptunghic

Clasa a 6-a – Capitolul 4 - Proprietățile și clasificarea triunghiurilor

Instrucțiuni

Formule esențiale:

- **Teorema lui Pitagora:** Într-un triunghi dreptunghic: $catetă_1^2 + catetă_2^2 = ipotenuză^2$.
- **Teorema Mediane:** Mediana corespunzătoare ipotenuzei este jumătate din ipotenuză.
- **Teorema 30-60-90:** Cateta opusă unghiului de 30° este jumătate din ipotenuză.

Durata recomandată: **50 minute**.

Exerciții

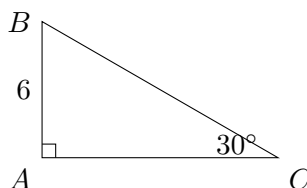
Exercițiul 1. Fie un triunghi dreptunghic cu catetele de lungimi 6 cm și 8 cm.

- Calculați lungimea ipotenuzei.
- Calculați lungimea medianei corespunzătoare ipotenuzei.

Exercițiul 2. O scară lungă de 13 m este sprijinită de un perete vertical. Baza scării se află la o distanță de 5 m față de perete. La ce înălțime (față de sol) ajunge scara pe perete?

Exercițiul 3. În triunghiul dreptunghic ABC ($m(\angle A) = 90^\circ$), măsura unghiului C este de 30° . Știind că latura $AB = 6$ cm:

- Aflați lungimea ipotenuzei BC .
- Calculați pătratul lungimii catetei AC .



Exercițiul 4. Un triunghi dreptunghic are aria egală cu 24 cm^2 , iar una dintre catete are lungimea de 6 cm .

- (a) Determinați lungimea celeilalte catete.
- (b) Calculați lungimea ipotenuzei.
- (c) Calculați perimetrul triunghiului.

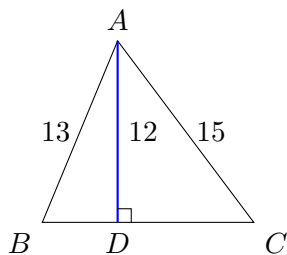
Exercițiul 5. Fie triunghiul dreptunghic ABC ($m(\angle A) = 90^\circ$) cu ipotenuza $BC = 25 \text{ cm}$ și o catetă $AB = 15 \text{ cm}$.

- (a) Calculați lungimea celeilalte catete, AC .
- (b) Calculați aria triunghiului ABC .
- (c) Determinați lungimea înălțimii AD corespunzătoare ipotenuzei.

Exercițiul 6. Fie triunghiul isoscel ABC cu $AB = AC = 10 \text{ cm}$ și baza $BC = 12 \text{ cm}$. Construim înălțimea $AD \perp BC$ ($D \in BC$).

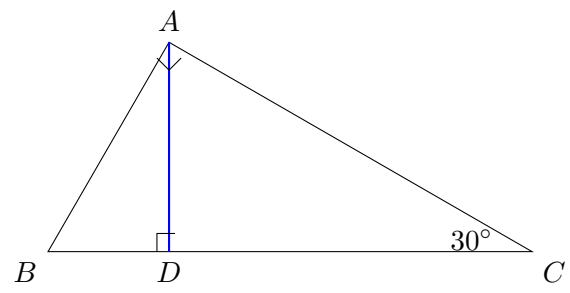
- (a) Justificați lungimea segmentului BD .
- (b) Calculați lungimea înălțimii AD .

Exercițiul 7. Fie triunghiul ABC oarecare. Se duce înălțimea $AD \perp BC$ ($D \in BC$). Se cunosc următoarele lungimi: $AB = 13 \text{ cm}$, $AD = 12 \text{ cm}$ și $AC = 15 \text{ cm}$. Calculați lungimea laturii BC și perimetrul triunghiului ABC .



Exercițiul 8. Fie triunghiul dreptunghic ABC cu $m(\angle A) = 90^\circ$ și $m(\angle C) = 30^\circ$. Ipotenuza BC are lungimea de 40 cm . Se construiește înălțimea $AD \perp BC$ ($D \in BC$).

- (a) Calculați lungimea catetei AB .
- (b) Determinați măsura unghiului $\angle BAD$.
- (c) Calculați lungimea segmentului BD .
- (d) Ce fracție din ipotenuza BC reprezintă segmentul BD ?

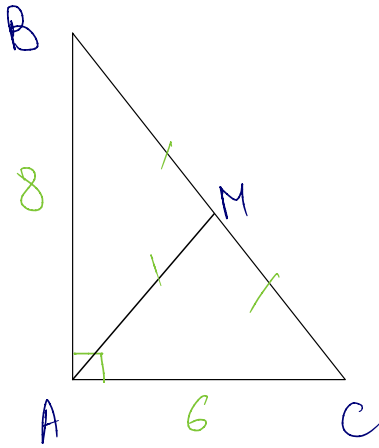


Succes!

Exercițiul 1. Fie un triunghi dreptunghic cu catetele de lungimi 6 cm și 8 cm.

(a) Calculați lungimea ipotenuzei.

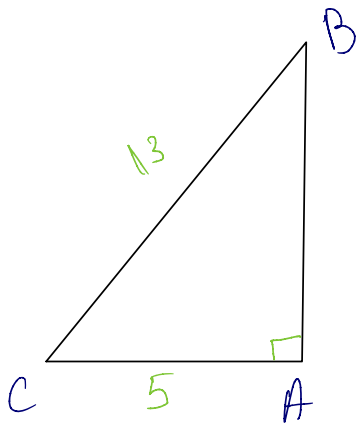
(b) Calculați lungimea medianei corespunzătoare ipotenuzei.



a) $\triangle ABC$ dreptunghic; $AC = 6 \text{ cm}$; $AB = 8 \text{ cm}$
 În $\triangle ABC$ dreptunghic aplic T.P.: $BC^2 = AB^2 + AC^2$
 $BC^2 = 8^2 + 6^2 = 64 + 36 = 100 \Rightarrow BC = 10 \text{ cm}$
 $10^2 = 100$

b) Fie AM mediană, M mijlocul $[BC]$
 $\triangle ABC$ dreptunghic $\Rightarrow AM = \frac{BC}{2} = \frac{10}{2} = 5 \text{ cm}$

Exercițiul 2. O scară lungă de 13 m este sprijinită de un perete vertical. Baza scării se află la o distanță de 5 m față de perete. La ce înălțime (față de sol) ajunge scara pe perete?

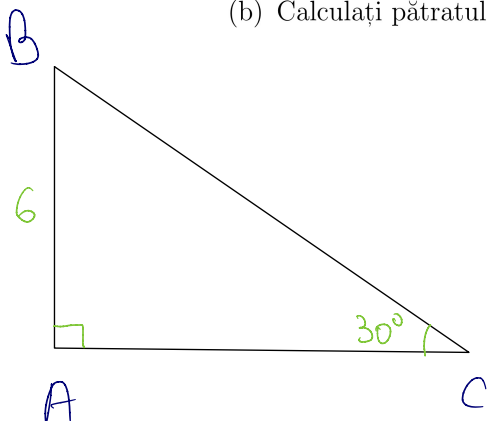


Scara sprijinită este reprezentată de segmentul $[BC]$ și distanța față de perete de $[AC]$.
 În $\triangle ABC$ dreptunghic aplic T.P.: $AB^2 + AC^2 = BC^2$
 $\Rightarrow AB^2 = BC^2 - AC^2 = 13^2 - 5^2 = 169 - 25 = 144 \Rightarrow AB = 12 \text{ cm}$
 $12^2 = 144$

Exercițiul 3. În triunghiul dreptunghic ABC ($m(\angle A) = 90^\circ$), măsura unghiului C este de 30° . Știind că latura $AB = 6 \text{ cm}$:

(a) Aflați lungimea ipotenuzei BC .

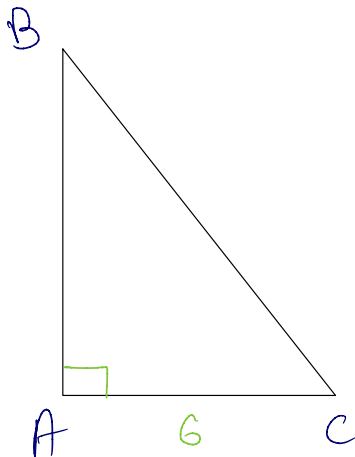
(b) Calculați pătratul lungimii catetei AC .



a) În $\triangle ABC$ dreptunghic cu $\hat{C} = 30^\circ$ aplic T 30° :
 $BC = 2 \cdot AB \Rightarrow BC = 2 \cdot 6 = 12 \text{ cm}$
 b) În $\triangle ABC$ dreptunghic aplic T.P.:
 $AB^2 + AC^2 = BC^2 \Rightarrow AC^2 = BC^2 - AB^2 = 12^2 - 6^2$
 $AC^2 = 144 - 36 \Rightarrow AC^2 = 108$

Exercițiul 4. Un triunghi dreptunghic are aria egală cu 24 cm^2 , iar una dintre catete are lungimea de 6 cm .

- Determinați lungimea celeilalte catete.
- Calculați lungimea ipotenuzei.
- Calculați perimetrul triunghiului.



$$a) A_{\triangle ABC} = \frac{c_1 \cdot c_2}{2} = \frac{AB \cdot AC}{2} = 24 / : 2 \Rightarrow AB \cdot 6 = 48 / : 6$$

$$AB = 8 \text{ cm}$$

$$b) \text{În } \triangle ABC \text{ dreptunghic aplicăm T.P.: } AB^2 + AC^2 = BC^2$$

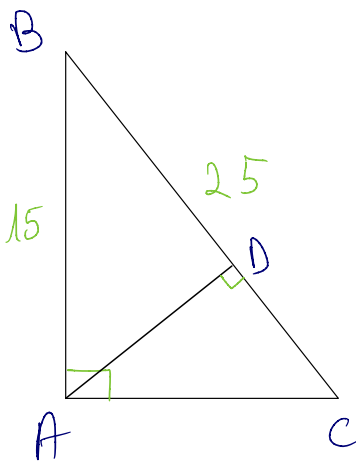
$$\Rightarrow BC^2 = 8^2 + 6^2 = 64 + 36 = 100 \quad \left. \vphantom{\Rightarrow BC^2 = 8^2 + 6^2 = 64 + 36 = 100} \right\} \Rightarrow BC = 10 \text{ cm}$$

$$10^2 = 100$$

$$c) P_{\triangle ABC} = AB + BC + AC = 8 + 10 + 6 = 24 \text{ cm}$$

Exercițiul 5. Fie triunghiul dreptunghic ABC ($m(\angle A) = 90^\circ$) cu ipotenuza $BC = 25 \text{ cm}$ și o catetă $AB = 15 \text{ cm}$.

- Calculați lungimea celeilalte catete, AC .
- Calculați aria triunghiului ABC .
- Determinați lungimea înălțimii AD corespunzătoare ipotenuzei.



$$a) \text{În } \triangle ABC \text{ dreptunghic aplicăm T.P.: } AB^2 + AC^2 = BC^2$$

$$\Rightarrow AC^2 = BC^2 - AB^2 = 25^2 - 15^2 = 625 - 225 \Rightarrow AC^2 = 400 \quad \left. \vphantom{\Rightarrow AC^2 = 625 - 225 = 400} \right\} \Rightarrow AC = 20 \text{ cm}$$

$$20^2 = 400$$

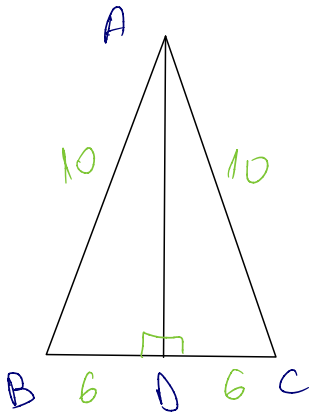
$$b) A_{\triangle ABC} = \frac{c_1 \cdot c_2}{2} = \frac{AB \cdot AC}{2} = \frac{15 \cdot 20}{2} = 150 \text{ cm}^2$$

$$c) A_{\triangle ABC} = \frac{AD \cdot BC}{2} = 150 \Rightarrow \frac{AD \cdot 25}{2} = 150 / : 2 \Rightarrow AD \cdot 25 = 300 / : 25$$

$$\Rightarrow AD = 12 \text{ cm}$$

Exercițiul 6. Fie triunghiul isoscel ABC cu $AB = AC = 10$ cm și baza $BC = 12$ cm. Construim înălțimea $AD \perp BC$ ($D \in BC$).

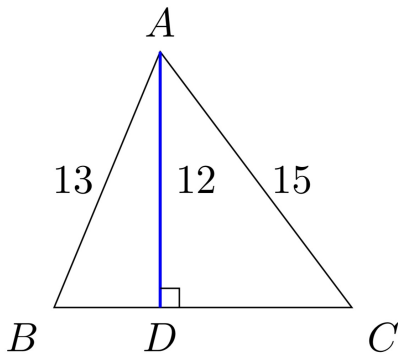
- (a) Justificați lungimea segmentului BD .
 (b) Calculați lungimea înălțimii AD .



$$\text{a) } \left. \begin{array}{l} \triangle ABC \text{ isoscel} \\ AD \perp BC \end{array} \right\} \Rightarrow AD \text{ mediană} \Rightarrow BD = DC = \frac{BC}{2} = \frac{12}{2} = 6 \text{ cm}$$

$$\text{b) } \text{În } \triangle ADB \text{ dreptunghic aplic T.P.: } AD^2 + BD^2 = AB^2 \\ \Rightarrow AD^2 = AB^2 - BD^2 = 10^2 - 6^2 = 100 - 36 = 64 \left\{ \begin{array}{l} 8^2 = 64 \end{array} \right. \Rightarrow AD = 8 \text{ cm}$$

Exercițiul 7. Fie triunghiul ABC oarecare. Se duce înălțimea $AD \perp BC$ ($D \in BC$). Se cunosc următoarele lungimi: $AB = 13$ cm, $AD = 12$ cm și $AC = 15$ cm. Calculați lungimea laturii BC și perimetrul triunghiului ABC .



$$BC = BD + DC$$

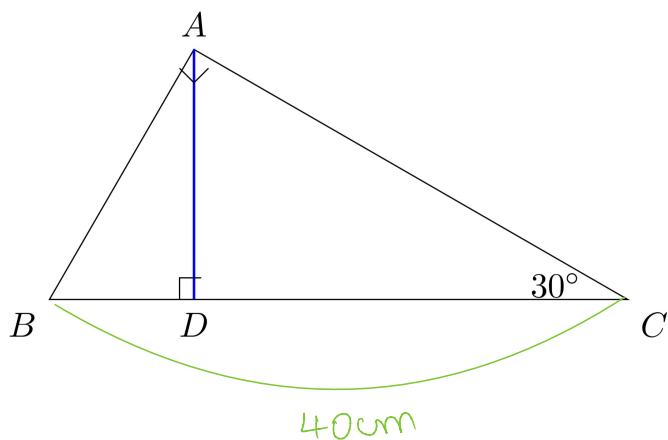
$$\text{① } \text{În } \triangle ADB \text{ dreptunghic aplic T.P.: } AD^2 + DB^2 = AB^2 \\ \Rightarrow DB^2 = AB^2 - AD^2 = 13^2 - 12^2 = 169 - 144 = 25 \left\{ \begin{array}{l} 5^2 = 25 \end{array} \right. \Rightarrow BD = 5 \text{ cm} \quad \text{①}$$

$$\text{② } \text{În } \triangle ADC \text{ dreptunghic aplic T.P.: } AD^2 + DC^2 = AC^2 \Rightarrow DC^2 = AC^2 - AD^2 = 15^2 - 12^2 \\ \Rightarrow DC^2 = 225 - 144 = 81 \left\{ \begin{array}{l} 9^2 = 81 \end{array} \right. \Rightarrow DC = 9 \text{ cm} \quad \text{②}$$

$$\Rightarrow BC = 5 + 9 = 14 \text{ cm}$$

Exercițiul 8. Fie triunghiul dreptunghic ABC cu $m(\angle A) = 90^\circ$ și $m(\angle C) = 30^\circ$. Ipotezena BC are lungimea de 40 cm. Se construiește înălțimea $AD \perp BC$ ($D \in BC$).

- Calculați lungimea catetei AB .
- Determinați măsura unghiului $\angle BAD$.
- Calculați lungimea segmentului BD .
- Ce fracție din ipotezena BC reprezintă segmentul BD ?



a) În $\triangle ABC$ dreptunghic cu $\hat{C} = 30^\circ$ aplic T_{30° : $AB = \frac{BC}{2} = \frac{40}{2} = 20\text{cm}$

b) În $\triangle ABC$: $\hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ \Rightarrow \hat{A} + 90^\circ + 30^\circ = 180^\circ$

$\hat{A} + 120^\circ = 180^\circ \Rightarrow \hat{A} = 60^\circ$

În $\triangle ABD$: $\hat{A} + \hat{B} + \hat{D} = 180^\circ \Rightarrow 60^\circ + 90^\circ + \hat{B} = 180^\circ \Rightarrow 150^\circ + \hat{B} = 180^\circ$

$\hat{B} = 180^\circ - 150^\circ = 30^\circ$

c) În $\triangle ABD$ dreptunghic cu $\hat{B} = 30^\circ$ aplic T_{30° : $BD = \frac{AB}{2} = \frac{20}{2} = 10\text{cm}$

d) Notăm fracția cu x : $x \cdot BC = BD \Rightarrow x \cdot 40 = 10 \mid : 40$

$\Rightarrow x = \frac{10}{40} \Rightarrow x = \frac{1}{4}$