

Fișă de lucru

Lecția 3 – Înălțimea

Clasa a 6-a – Capitolul 3 - Linii importante în triunghi

Instrucțiuni

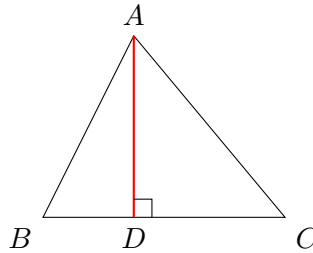
Rezolvă exercițiile folosind definiția și proprietățile înălțimii. *Reține:*

- **Înălțimea** este segmentul determinat de un vârf al triunghiului și piciorul perpendicularei duse din acel vârf pe latura opusă (sau pe prelungirea ei).
- Cele 3 înălțimi sunt concurente în punctul H , numit **ortocentrul** triunghiului.

Durata recomandată: **50 minute**.

Exerciții

Exercițiul 1. Analizați desenul de mai jos. Triunghiul ABC este ascuțitunghic. Segmentul AD este construit astfel încât $AD \perp BC$ ($D \in BC$). Cum se numește segmentul AD ?

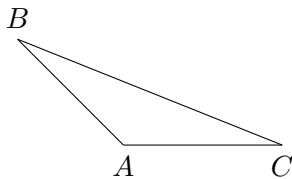


Exercițiul 2. Într-un triunghi dreptunghic ABC cu $m(\angle A) = 90^\circ$, construim înălțimile. Unde se află ortocentrul H al acestui triunghi?

- În interiorul triunghiului.
- Coincide cu vârful A .
- Coincide cu mijlocul ipotenuzei BC .

Exercițiul 3. În triunghiul ABC , AD este înălțime ($D \in BC$). Știind că $m(\angle B) = 60^\circ$, calculați măsura unghiului $\angle BAD$ din triunghiul dreptunghic ADB .

Exercițiul 4. Fie triunghiul obtuzunghic ABC cu unghiul $\angle A > 90^\circ$. Construiți înălțimea din vârful B pe latura AC . (Indiciu: Trebuie să prelungiți latura AC).

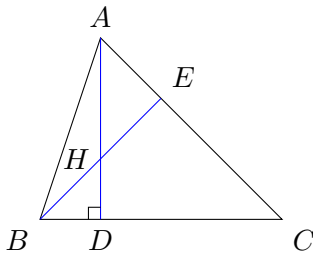


Exercițiul 5. În triunghiul ABC , înălțimea AD ($D \in BC$) împarte unghiul $\angle BAC$ în două unghiuri cu măsurile: $m(\angle BAD) = 20^\circ$ și $m(\angle CAD) = 40^\circ$. Calculați măsurile unghiurilor $\angle B$ și $\angle C$ ale triunghiului ABC .

Exercițiul 6. Fie triunghiul ABC cu înălțimile $AD \perp BC$ și $BE \perp AC$. Acestea se intersectează în punctul H . Dacă $m(\angle ACB) = 50^\circ$, calculați măsura unghiului $\angle AHE$.

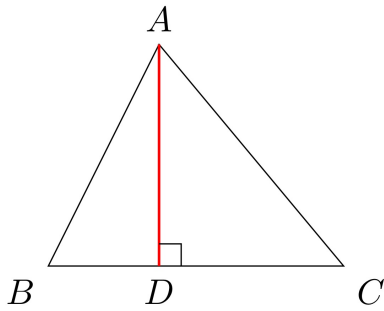
Exercițiul 7. Fie triunghiul ABC în care înălțimea AD ($D \in BC$) este și bisectoare a unghiului $\angle BAC$. Demonstrați că triunghiul ABC este isoscel.

Exercițiul 8. În triunghiul ascuțitunghic ABC , înălțimile AD și BE se intersectează în H . Știind că măsura unghiului $\angle AHB = 130^\circ$, aflați măsura unghiului $\angle C$ al triunghiului.



Succes!

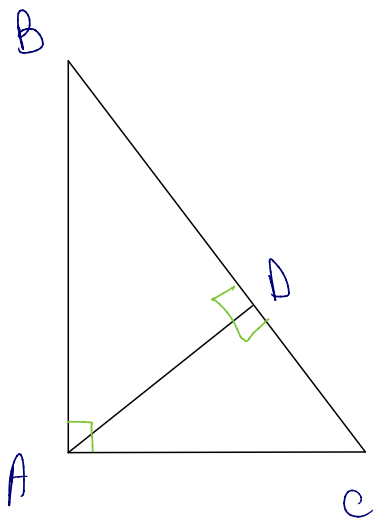
Exercițiul 1. Analizați desenul de mai jos. Triunghiul ABC este ascuțitunghic. Segmentul AD este construit astfel încât $AD \perp BC$ ($D \in BC$). Cum se numește segmentul AD ?



$AD \perp BC \Rightarrow AD$ înălțimea din vârful A pe latura BC din $\triangle ABC$

Exercițiul 2. Într-un triunghi dreptunghic ABC cu $m(\angle A) = 90^\circ$, construim înălțimile. Unde se află ortocentrul H al acestui triunghi?

- (a) În interiorul triunghiului.
- (b) Coincide cu vârful A .
- (c) Coincide cu mijlocul ipotenuzei BC .



Fie $AD \perp BC$, $D \in BC$.

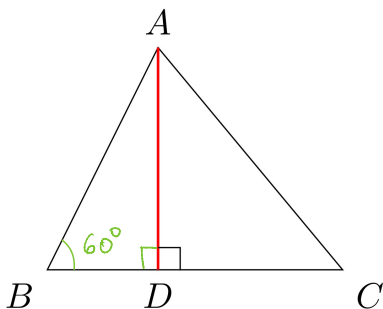
$\Rightarrow AD$ înălțime

$\triangle ABC$ dreptunghic $\Rightarrow BA \perp AC \Rightarrow BA, AC$ înălțimi
 $AD \cap BA \cap AC = \{A\} \Rightarrow$ ortocentrul coincide cu vârful A (b)

Obs. Într-un triunghi dreptunghic, catetele

sunt deja înălțimi, deoarece sunt perpendiculare una pe cealaltă. Intersecția înălțimilor va fi, astfel, mereu în vârful unghiului drept.

Exercițiul 3. În triunghiul ABC , AD este înălțime ($D \in BC$). Știind că $m(\angle B) = 60^\circ$, calculați măsura unghiului $\angle BAD$ din triunghiul dreptunghic ADB .



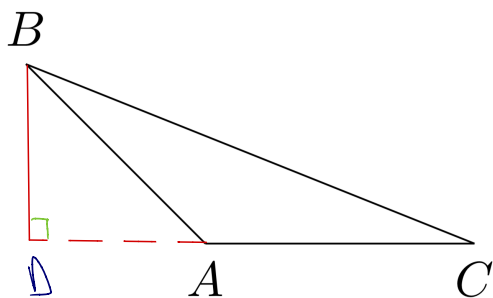
$AD \perp BC \Rightarrow \angle ADB = 90^\circ$

În $\triangle ADB$: $\angle ADB + \angle ABD + \angle BAD = 180^\circ$

$\Rightarrow 90^\circ + 60^\circ + \angle BAD = 180^\circ \Rightarrow 150^\circ + \angle BAD = 180^\circ \quad | -150^\circ$

$\Rightarrow \angle BAD = 30^\circ$

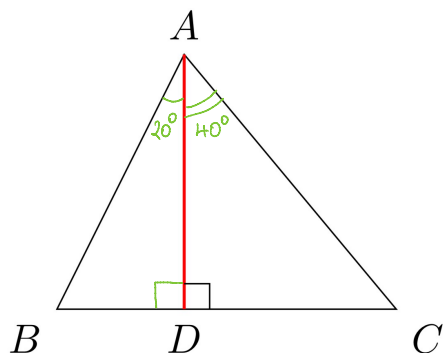
Exercițiul 4. Fie triunghiul obtuzunghic ABC cu unghiul $\angle A > 90^\circ$. Construiți înălțimea din vârful B pe latura AC . (Indiciu: Trebuie să prelungiți latura AC).



Prelungim latura AC până când se intersectează cu perpendiculara din B pe AC .

$BD \perp AC \Rightarrow BD$ înălțime în $\triangle ABC$

Exercițiul 5. În triunghiul ABC , înălțimea AD ($D \in BC$) împarte unghiul $\angle BAC$ în două unghiuri cu măsurile: $m(\angle BAD) = 20^\circ$ și $m(\angle CAD) = 40^\circ$. Calculați măsurile unghiurilor $\angle B$ și $\angle C$ ale triunghiului ABC .



$AD \perp BC \Rightarrow \angle ADB = \angle ADC = 90^\circ$

În $\triangle ADB$: $\angle ADB + \angle BAD + \angle ABD = 180^\circ$

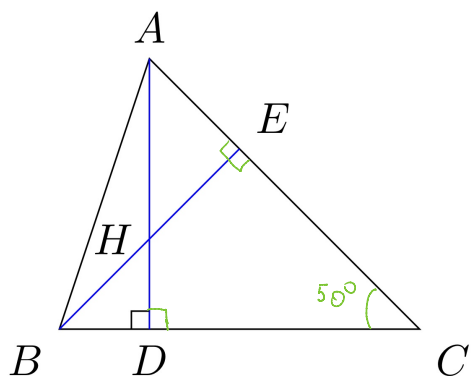
$\Rightarrow 90^\circ + 20^\circ + \angle ABD = 180^\circ \Rightarrow 110^\circ + \angle ABD = 180^\circ \Rightarrow 180^\circ - 110^\circ$

$\Rightarrow \angle ABD = 70^\circ \Rightarrow \angle B = 70^\circ$

În $\triangle ADC$: $\angle ADC + \angle DAC + \angle ACD = 180^\circ$

$\Rightarrow 90^\circ + 40^\circ + \angle ACD = 180^\circ \Rightarrow 130^\circ + \angle ACD = 180^\circ \Rightarrow \angle ACD = 50^\circ \Rightarrow \angle C = 50^\circ$

Exercițiul 6. Fie triunghiul ABC cu înălțimile $AD \perp BC$ și $BE \perp AC$. Acestea se intersectează în punctul H . Dacă $m(\angle ACB) = 50^\circ$, calculați măsura unghiului $\angle AHE$.



$AD \perp BC \Rightarrow \angle ADB = \angle ADC = 90^\circ$

În $\triangle ADC$: $\angle ADC + \angle DCA + \angle DAC = 180^\circ$

$\Rightarrow 90^\circ + 50^\circ + \angle DAC = 180^\circ \Rightarrow 140^\circ + \angle DAC = 180^\circ \Rightarrow 180^\circ - 140^\circ$

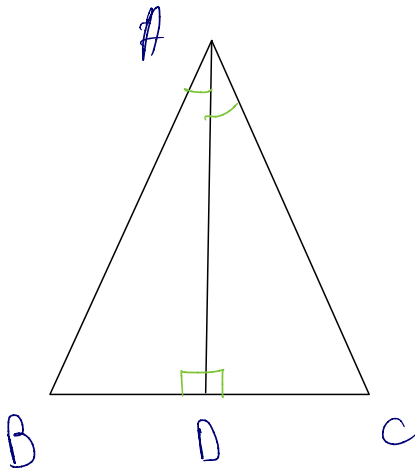
$\angle DAC = 40^\circ = \angle HAE$

$BE \perp AC \Rightarrow \angle HEA = 90^\circ$

În $\triangle HEA$: $\angle HEA + \angle HAE + \angle AHE = 180^\circ$

$\Rightarrow 90^\circ + 40^\circ + \angle AHE = 180^\circ \Rightarrow 130^\circ + \angle AHE = 180^\circ \Rightarrow \angle AHE = 50^\circ$

Exercițiul 7. Fie triunghiul ABC în care înălțimea AD ($D \in BC$) este și bisectoare a unghiului $\angle BAC$.
Demonstrați că triunghiul ABC este isoscel.



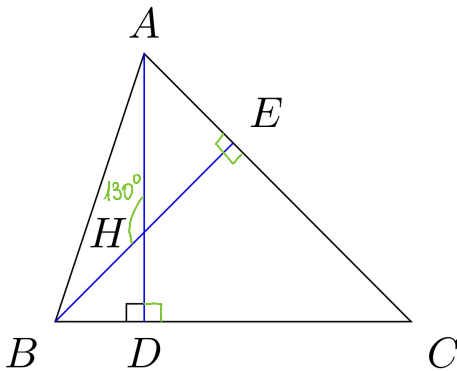
$$[AD \text{ bis } \hat{BAC} \Rightarrow \angle BAD = \angle DAC$$

$$AD \perp BC \Rightarrow \angle ADB = \angle ADC = 90^\circ$$

$$\left. \begin{array}{l} \triangle ADB \\ \triangle ADC \\ \text{dreptunghice} \end{array} \right\} \begin{array}{l} \angle BAD = \angle DAC \\ AD - \text{latună comună} \end{array} \xrightarrow{\text{C.V.}} \triangle ADB \equiv \triangle ADC$$

$$\Rightarrow AB = AC \Rightarrow \triangle ABC \text{ isoscel}$$

Exercițiul 8. În triunghiul ascuțitunghic ABC , înălțimile AD și BE se intersectează în H . Știind că măsura unghiului $\angle AHB = 130^\circ$, aflați măsura unghiului $\angle C$ al triunghiului.



$$\angle AHE = 180^\circ - \angle AHB = 180^\circ - 130^\circ = 50^\circ$$

$$\text{În } \triangle HEA: \angle AHE + \angle HEA + \angle HAE = 180^\circ$$

$$\Rightarrow 50^\circ + 90^\circ + \angle HAE = 180^\circ \Rightarrow 140^\circ + \angle HAE = 180^\circ / -140^\circ$$

$$\Rightarrow \angle HAE = 40^\circ = \angle DAC$$

$$\text{În } \triangle ADC: \angle DAC + \angle ADC + \angle DCA = 180^\circ$$

$$\Rightarrow 40^\circ + 90^\circ + \angle DCA = 180^\circ \Rightarrow 130^\circ + \angle DCA = 180^\circ / -130^\circ \Rightarrow \angle DCA = 50^\circ$$