

Fișă de lucru

Lecția 1 – Bisectoarea

Clasa a 6-a – Capitolul 3 - Linii importante în triunghi

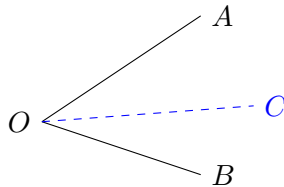
Instrucțiuni

Rezolvă exercițiile folosind definiția și proprietățile bisectoarei. *Reține: Bisectoarea unui unghi este semidreapta cu originea în vârful unghiului, situată în interiorul acestuia, care formează cu laturile unghiului două unghiuri congruente. Cele 3 bisectoare ale unui triunghi sunt concurente în punctul I (centrul cercului înscris).*

Durata recomandată: **50 minute**.

Exerciții

Exercițiul 1. Fie unghiul $\angle AOB$ cu măsura de 84° . Semidreapta OC este biseectoarea unghiului $\angle AOB$. Calculați măsura unghiului $\angle AOC$.



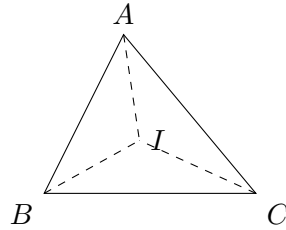
Exercițiul 2. În triunghiul ABC , AD este biseectoarea unghiului $\angle BAC$ ($D \in BC$). Știind că $m(\angle BAD) = 35^\circ$, calculați:

- (a) Măsura unghiului $\angle DAC$.
- (b) Măsura unghiului $\angle BAC$.

Exercițiul 3. Se consideră triunghiul MNP cu $m(\angle M) = 60^\circ$ și $m(\angle N) = 70^\circ$. Semidreapta PK este biseectoarea unghiului $\angle P$ ($K \in MN$). Calculați măsura unghiului $\angle MPK$.

Exercițiul 4. În triunghiul ABC , bisectoarele unghiurilor $\angle B$ și $\angle C$ se intersectează în punctul I . Dacă $m(\angle ABC) = 80^\circ$ și $m(\angle ACB) = 40^\circ$:

- (a) Calculați măsurile unghiurilor $\angle IBC$ și $\angle ICB$.
- (b) Calculați măsura unghiului $\angle BIC$ din triunghiul IBC .

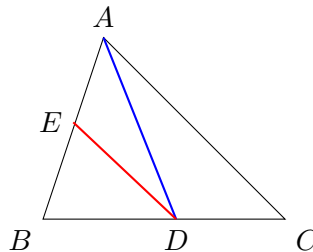


Exercițiul 5. Fie triunghiul isoscel ABC cu $AB = AC$ și $m(\angle A) = 40^\circ$. Fie BD bisectoarea unghiului $\angle B$ ($D \in AC$). Calculați măsura unghiului $\angle BDC$.

Exercițiul 6. În triunghiul dreptunghic ABC ($m(\angle A) = 90^\circ$), $m(\angle B) = 60^\circ$. Fie CE bisectoarea unghiului $\angle C$ ($E \in AB$).

- (a) Calculați măsura unghiului $\angle AEC$.
- (b) Arătați că triunghiul EBC este obtuzunghic.

Exercițiul 7. Fie triunghiul ABC și AD bisectoarea unghiului $\angle A$ ($D \in BC$). Prin punctul D se duce o dreaptă paralelă la latura AC , care intersectează latura AB în punctul E . Demonstrați că triunghiul ADE este isoscel.

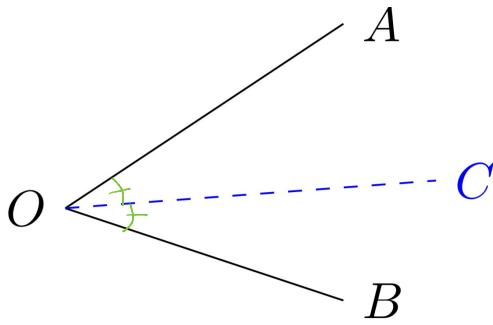


Exercițiul 8. Fie unghiul $\angle xOy$. Pe bisectoarea Oz a acestui unghi se ia un punct P . Fie $A \in Ox$ și $B \in Oy$ astfel încât $OA = OB$. Demonstrați că:

- (a) $\triangle OAP \equiv \triangle OBP$.
- (b) Semidreapta OP este și bisectoarea unghiului $\angle APB$.

Succes!

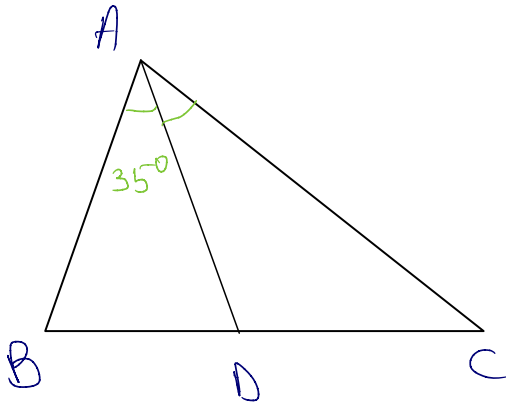
Exercițiul 1. Fie unghiul $\angle AOB$ cu măsura de 84° . Semidreapta OC este bisectoarea unghiului $\angle AOB$.
Calculați măsura unghiului $\angle AOC$.



$$\text{[OC bis } \hat{AOB} \Rightarrow \hat{AOC} = \hat{COB} = \frac{\hat{AOB}}{2} = \frac{84^\circ}{2} = 42^\circ$$

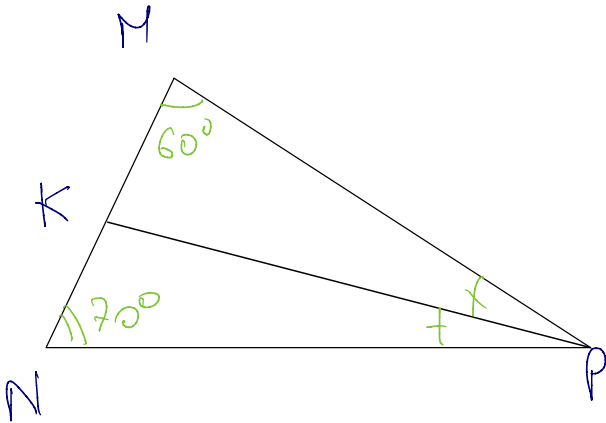
Exercițiul 2. În triunghiul ABC , AD este bisectoarea unghiului $\angle BAC$ ($D \in BC$). Știind că $m(\angle BAD) = 35^\circ$, calculați:

- Măsura unghiului $\angle DAC$.
- Măsura unghiului $\angle BAC$.



$$\begin{aligned} \text{a) [AD bis } \hat{BAC} \Rightarrow \hat{BAD} &= \hat{DAC} = 35^\circ \\ \text{b) } \angle &\Rightarrow \hat{BAD} = \hat{DAC} = \frac{\hat{BAC}}{2} = 35^\circ \Rightarrow \hat{BAC} = 35^\circ \cdot 2 \\ &\hat{BAC} = 70^\circ \end{aligned}$$

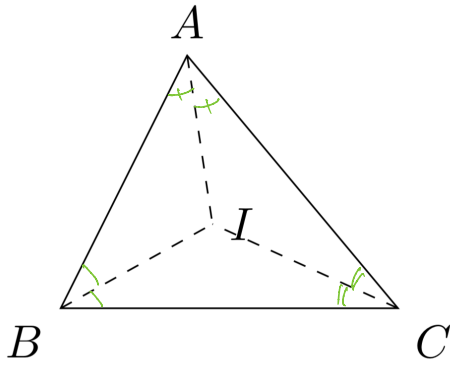
Exercițiul 3. Se consideră triunghiul MNP cu $m(\angle M) = 60^\circ$ și $m(\angle N) = 70^\circ$. Semidreapta PK este bisectoarea unghiului $\angle P$ ($K \in MN$). Calculați măsura unghiului $\angle MPK$.



$$\begin{aligned} \text{În } \triangle MNP: \hat{M} + \hat{N} + \hat{P} &= 180^\circ \\ \Rightarrow 60^\circ + 70^\circ + \hat{P} &= 180^\circ \\ 130^\circ + \hat{P} &= 180^\circ \quad | -130^\circ \Rightarrow \hat{P} = 50^\circ \\ \text{[PK bis } \hat{MPN} \Rightarrow \hat{MPK} &= \frac{\hat{MPN}}{2} = \frac{50^\circ}{2} = 25^\circ \end{aligned}$$

Exercițiul 4. În triunghiul ABC , bisectoarele unghiurilor $\angle B$ și $\angle C$ se intersectează în punctul I . Dacă $m(\angle ABC) = 80^\circ$ și $m(\angle ACB) = 40^\circ$:

- (a) Calculați măsurile unghiurilor $\angle IBC$ și $\angle ICB$.
 (b) Calculați măsura unghiului $\angle BIC$ din triunghiul IBC .



$$a) [BI \text{ bis } \hat{A}BC \Rightarrow \hat{ABI} = \hat{IBC} = \frac{\hat{ABC}}{2} = \frac{80^\circ}{2} = 40^\circ$$

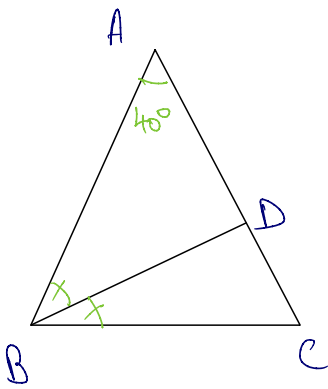
$$[CI \text{ bis } \hat{A}CB \Rightarrow \hat{ACI} = \hat{ICB} = \frac{\hat{ACB}}{2} = \frac{40^\circ}{2} = 20^\circ$$

$$b) \text{În } \triangle IBC: \hat{IBC} + \hat{ICB} + \hat{BIC} = 180^\circ$$

$$40^\circ + 20^\circ + \hat{BIC} = 180^\circ \Rightarrow 60^\circ + \hat{BIC} = 180^\circ$$

$$\Rightarrow \hat{BIC} = 180^\circ - 60^\circ = 120^\circ$$

Exercițiul 5. Fie triunghiul isoscel ABC cu $AB = AC$ și $m(\angle A) = 40^\circ$. Fie BD bisectoarea unghiului $\angle B$ ($D \in AC$). Calculați măsura unghiului $\angle BDC$.



$$\triangle ABC \text{ isoscel} \Rightarrow \hat{ABC} = \hat{ACB}$$

$$\text{În } \triangle ABC: \hat{ABC} + \hat{ACB} + \hat{BAC} = 180^\circ$$

$$\Rightarrow 2 \cdot \hat{ABC} + 40^\circ = 180^\circ \quad | -40^\circ$$

$$2 \cdot \hat{ABC} = 140^\circ \quad | :2 \Rightarrow \hat{ABC} = 70^\circ = \hat{ACB}$$

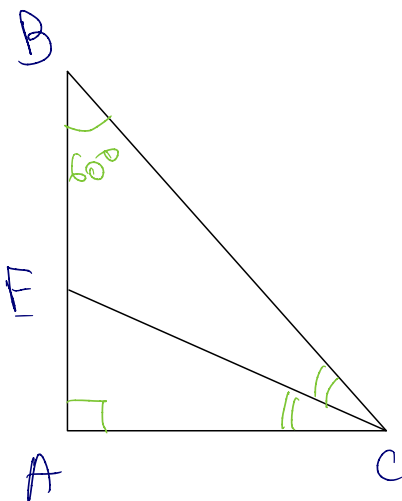
$$[BD \text{ bis } \hat{ABC} \Rightarrow \hat{ABD} = \hat{DBC} = \frac{\hat{ABC}}{2} = \frac{70^\circ}{2} = 35^\circ$$

$$\text{În } \triangle BDC: \hat{BDC} + \hat{DBC} + \hat{DCB} = 180^\circ \Rightarrow \hat{BDC} + 35^\circ + 70^\circ = 180^\circ$$

$$\Rightarrow \hat{BDC} + 105^\circ = 180^\circ \quad | -105^\circ \Rightarrow \hat{BDC} = 75^\circ$$

Exercițiul 6. În triunghiul dreptunghic ABC ($m(\angle A) = 90^\circ$), $m(\angle B) = 60^\circ$. Fie CE bisectoarea unghiului $\angle C$ ($E \in AB$).

- (a) Calculați măsura unghiului $\angle AEC$.
 (b) Arătați că triunghiul EBC este obtuzunghic.



$$a) \text{În } \triangle ABC: \hat{ABC} + \hat{BAC} + \hat{ACB} = 180^\circ$$

$$\Rightarrow 60^\circ + 90^\circ + \hat{ACB} = 180^\circ \Rightarrow 150^\circ + \hat{ACB} = 180^\circ$$

$$\Rightarrow \hat{ACB} = 180^\circ - 150^\circ = 30^\circ$$

$$[CE \text{ bis } \hat{ACB} \Rightarrow \hat{ACE} = \hat{ECB} = \frac{\hat{ACB}}{2} = \frac{30^\circ}{2} = 15^\circ$$

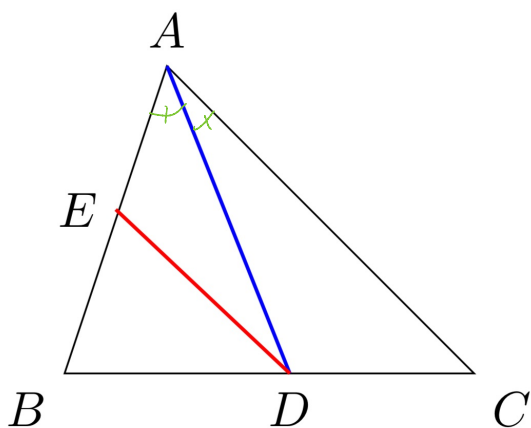
$$\text{În } \triangle AEC: \hat{AEC} + \hat{EAC} + \hat{ECA} = 180^\circ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \hat{AEC} + 90^\circ + 15^\circ = 180^\circ \Rightarrow \hat{AEC} + 105^\circ = 180^\circ \quad | -105^\circ$$

$$\Rightarrow \hat{AEC} = 75^\circ$$

$$b) \hat{BEC} = 180^\circ - \hat{AEC} = 180^\circ - 75^\circ = 105^\circ \Rightarrow \hat{BEC} > 90^\circ \Rightarrow \triangle BEC \text{ obtuzunghic}$$

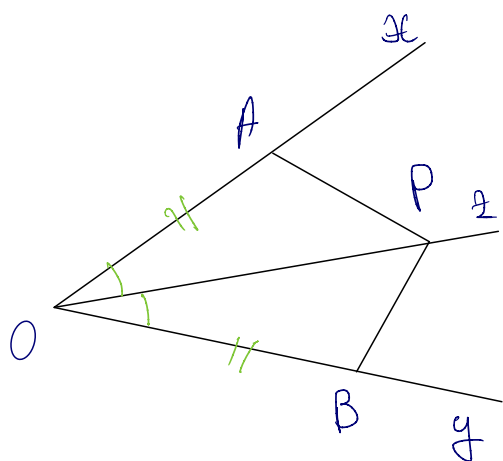
Exercițiul 7. Fie triunghiul ABC și AD bisectoarea unghiului $\angle A$ ($D \in BC$). Prin punctul D se duce o dreaptă paralelă la latura AC , care intersectează latura AB în punctul E . Demonstrați că triunghiul ADE este isoscel.



$DE \parallel AC$ $\left. \begin{array}{l} \text{(alterne interne)} \\ AD \text{ secantă} \end{array} \right\} \Rightarrow \hat{D}AC \equiv \hat{ADE}$
 $AD \text{ bis } \hat{BAC} \Rightarrow \hat{BAD} \equiv \hat{DAC}$ $\left. \begin{array}{l} \Rightarrow \hat{BAD} \equiv \hat{ADE} \\ \Rightarrow \text{În } \triangle ADE \text{ avem } \hat{EAD} \equiv \hat{EDA} \Rightarrow \triangle ADE \text{ isoscel} \end{array} \right\}$

Exercițiul 8. Fie unghiul $\angle xOy$. Pe bisectoarea Oz a acestui unghi se ia un punct P . Fie $A \in Ox$ și $B \in Oy$ astfel încât $OA = OB$. Demonstrați că:

- (a) $\triangle OAP \equiv \triangle OBP$.
 (b) Semidreapta OP este și bisectoarea unghiului $\angle APB$.



$a) OP \text{ bis } \hat{AOB} \Rightarrow \hat{AOP} = \hat{BOP}$
 $\triangle OAP \left\{ \begin{array}{l} OA = OB \\ \hat{AOP} = \hat{BOP} \\ OP \text{ - latură comună} \end{array} \right. \xRightarrow{LUL} \triangle OAP \equiv \triangle OBP$

$b) \triangle OAP \equiv \triangle OBP \Rightarrow \hat{APO} = \hat{BPO} \Rightarrow OP \text{ bis } \hat{APB}$