

Fișă de Rezolvare

Lecția 9 - Fișă recapitulativă lecțiile 6-8

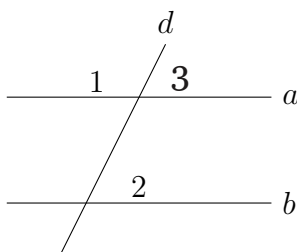
Clasa a 6-a – Capitolul Geometrie

Instrucțiuni

Rezolvă exercițiile folosind cunoștințele despre drepte paralele, drepte perpendiculare, distanțe și cerc. Durata recomandată: **50 de minute**.

Exerciții

Exercițiul 1. În figura de mai jos, dreptele a și b sunt intersectate de secanta d . Știind că unghiul $\angle 1 = 115^\circ$ și unghiul $\angle 2 = 65^\circ$ (vezi figura), stabiliți dacă dreptele a și b sunt paralele. Justificați răspunsul.



$\angle 1$ este unghi exterior

$\angle 2$ este unghi interior

$\angle 3$ este adiacent suplementar unghiului 1

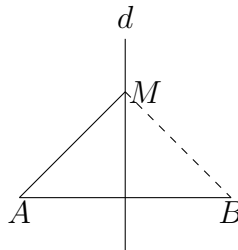
$$m(\angle 1) + m(\angle 3) = 180^\circ \Rightarrow m(\angle 3) = 180^\circ - m(\angle 1) = 180^\circ - 115^\circ = 65^\circ$$

$\angle 3$ și $\angle 2$ alternate interne

$$m(\angle 3) = m(\angle 2) \Rightarrow \angle 3 \equiv \angle 2$$

conform criteriului de paralelism, $a \parallel b$.

Exercițiul 2. Fie segmentul AB cu lungimea de 8 cm. Construiți mediatoarea d a segmentului AB . Dacă M este un punct pe mediatoarea d astfel încât $AM = 5$ cm, determinați lungimea segmentului BM .

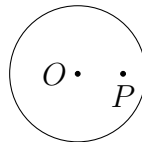


Orice punct de pe mediatoarea unui segment este egal depărtat de capetele segmentului.

$M \in \text{mediatoarei } d \text{ a segmentului } AB \Rightarrow d(M, A) = d(M, B) \Rightarrow$
 $\Rightarrow BM = AM = 5 \text{ cm}$

Exercițiul 3. Se consideră un cerc de centru O și rază $r = 6$ cm.

- Dacă P este un punct astfel încât $OP = 4$ cm, precizați poziția punctului P față de cerc.
- Dacă AB este un diametru, ce lungime are segmentul AB ?



a) Comparăm distanța OP cu raza r .

$OP = 4 \text{ cm}$
 $r = 6 \text{ cm}$ } $\Rightarrow OP < r \Rightarrow P$ se află în interiorul cercului

b)

AB - diametru

$$AB = 2r = 2 \cdot 6 = 12 \text{ cm}$$

Exercițiul 4. Dreptele d_1 și d_2 sunt paralele. O dreaptă d_3 este perpendiculară pe d_1 în punctul A . Dreapta d_3 intersectează dreapta d_2 în punctul B .

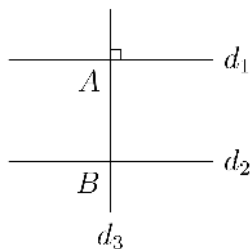
- (a) Ce măsură are unghiul format de dreptele d_3 și d_2 ?
- (b) Realizați un desen corespunzător.

a)

Dacă o dreaptă este $\perp$ pe una dintre drepte, atunci ea este $\perp$ și pe cealaltă.

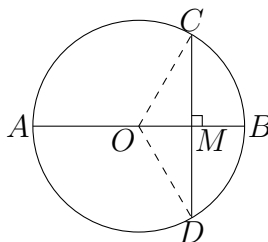
$$\begin{matrix} d_1 \parallel d_2 \\ d_3 \perp d_1 \end{matrix} \Rightarrow d_3 \perp d_2 \Rightarrow m(\angle(d_3, d_2)) = 90^\circ$$

b)



Exercițiul 5. În cercul $\mathcal{C}(O, r)$, coarda CD este perpendiculară pe diametrul AB în punctul M . Dacă $AB = 10$ cm și $OM = 3$ cm:

- (a) Calculați lungimea razei cercului.
- (b) Arătați că triunghiul COD este isoscel.



a)

$$r = \frac{d}{2} = \frac{AB}{2} = \frac{10}{2} = 5 \text{ cm}$$

b)

$$\triangle COD: OC, OD - \text{raze} \Rightarrow OC = OD = 5 \text{ cm}$$

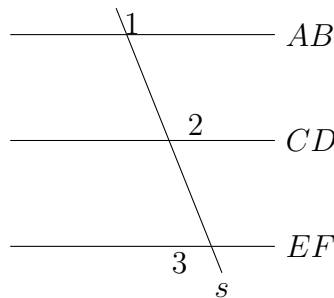
Un triunghi cu 2 laturi egale este isoscel.

3

$$\triangle COD: OC = OD \Rightarrow \triangle COD - \text{isoscel}$$

Exercițiul 6. În figura alăturată, avem $AB \parallel CD$ și $CD \parallel EF$. Secanta s intersectează cele trei drepte. Dacă $m(\angle 1) = 70^\circ$:

- (a) Aflați măsura unghiului $\angle 2$.
- (b) Aflați măsura unghiului $\angle 3$.



a) Unghiurile $\angle 1$ și $\angle 2$ sunt unghiuri corespondente
 Deoarece $AB \parallel CD \Rightarrow m(\angle 1) = m(\angle 2) = 70^\circ$

b) Unghiurile $\angle 2$ și $\angle 3$ sunt alterne externe
 Deoarece $CD \parallel EF \Rightarrow m(\angle 2) = m(\angle 3) = 70^\circ$

Exercițiul 7. Se consideră două cercuri $C_1(O_1, R_1)$ și $C_2(O_2, R_2)$ tangente exterior. Distanța dintre centre este $O_1O_2 = 12$ cm.

- (a) Dacă $R_1 = 2 \cdot R_2$, aflați razele celor două cercuri.
- (b) Dacă cercurile ar fi tangente interior, care ar fi distanța dintre centre (folosind razele aflate)?

a) La cercurile tangente exterior, distanța dintre centre este suma razelor:

$$\begin{aligned} R_1 + R_2 = O_1O_2 = 12 & \Rightarrow 2R_2 + R_2 = 12 \\ R_1 = 2R_2 & \quad 3R_2 = 12 \mid :3 \Rightarrow R_2 = 4 \text{ cm} \end{aligned}$$

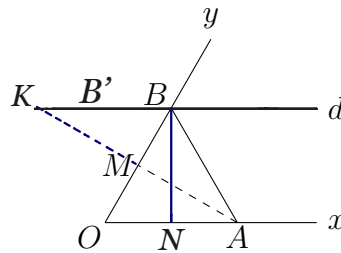
$$R_1 = 2R_2 = 2 \cdot 4 = 8 \text{ cm}$$

b)

La cercurile tangente interior, distanța dintre centre este:
 $d = R_1 - R_2$
 $d = 8 - 4 = 4 \text{ cm}$

Exercițiul 8. Fie unghiul $\angle xOy$ cu măsura de 60° . Pe latura Ox se ia punctul A , iar pe latura Oy se ia punctul B astfel încât $OA = OB$. În exteriorul unghiului se construiește dreapta $d \parallel Ox$ care trece prin B . Fie M piciorul perpendicularei din A pe Oy .

- (a) Demonstrați că dreapta d este perpendiculară pe înălțimea din O a triunghiului AOB (sau o altă dreaptă relevantă).
 (b) Calculați măsura unghiului dintre dreapta AM și dreapta d .



a) $\triangle OAB : OA = OB \Rightarrow \triangle OAB$ - isoscel cu un unghi de $60^\circ \Rightarrow$
 $\Rightarrow \triangle OAB$ - echilateral

Fie $BN \perp OA$ } $\Rightarrow BN \perp d \Rightarrow$ dreapta d este perpendiculară
 $d \parallel OA$ } pe înălțimea din B a triunghiului

b)

$$\{K\} = AM \cap d$$

$$Ox \parallel d$$

Oy secantă

$\angle AOB$ (format de Ox și Oy) și $\angle$ -ul format de d cu prelungirea lui Oy sunt unghiuri alterne interne

Fie $B' \in d \Rightarrow \angle OBB'$ este altern intern cu $\angle AOB$

$$m(\angle OBB') = m(\angle AOB) = 60^\circ$$

Fie $\triangle MBK$:

$$AM \perp Oy \Rightarrow AM \perp MB \Rightarrow m(\angle BMK) = 90^\circ$$

$$d \parallel OA \Rightarrow \angle \text{ul format de } d \text{ cu } OB \text{ este altern intern cu } \angle AOB \Rightarrow m(\angle MBK) = 60^\circ$$

$$m(\angle MKB) + m(\angle MBK) + m(\angle BMK) = 180^\circ$$

$$m(\angle MKB) = 180^\circ - 90^\circ - 60^\circ = 30^\circ \Rightarrow m(\angle (AM, d)) = 30^\circ$$