



Rezolvare - Fișă de lucru

Lecția 9 - Puterea cu exponent natural a unui număr natural

Clasa a 5-a – Capitolul 1 - Operații cu numere naturale

Instrucțiuni

Încearcă să rezolvi toate exercițiile fără ajutor. Durata recomandată: 30–40 de minute.

Exerciții

Exercițiul 1. Identifică **baza** și **exponentul** pentru fiecare putere:

- (a) 4^5
- (b) 10^4
- (c) 7^2
- (d) 2^9
- (e) 5^1
- (f) 1^{13}

Rezolvare:

- (a) bază 4, exponent 5.
- (b) bază 10, exponent 4.
- (c) bază 7, exponent 2.
- (d) bază 2, exponent 9.
- (e) bază 5, exponent 1.
- (f) bază 1, exponent 13.

Exercițiul 2. Scrie următoarele numere ca **puteri cu baza 4**:

- (a) 16
- (b) 64
- (c) 256

(d) 1024

(e) 4096

(f) 1

Rezolvare:

(a) $16 = 4^2$.

(b) $64 = 4^3$.

(c) $256 = 4^4$.

(d) $1024 = 4^5$.

(e) $4096 = 4^6$.

(f) $1 = 4^0$.

Exercițiul 3. Scrie sub formă de **putere cu exponent natural**:

(a) $6 \cdot 6 \cdot 6 \cdot 6$

(b) $2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2$

(c) $9 \cdot 9 \cdot 9$

(d) $3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 3$

(e) $12 \cdot 12$

Rezolvare:

(a) 6^4 .

(b) 2^7 .

(c) 9^3 .

(d) 3^5 .

(e) 12^2 .

Exercițiul 4. Calculează (rezultate în N):

(a) 3^4

(b) 6^3

(c) 2^7

(d) 5^4

(e) 10^2

(f) 9^0

Rezolvare:

- (a) $3^4 = 81$.
- (b) $6^3 = 216$.
- (c) $2^7 = 128$.
- (d) $5^4 = 625$.
- (e) $10^2 = 100$.
- (f) $9^0 = 1$.

Exercițiul 5. Folosind regulile cu puteri, calculează:

- (a) $2^4 \cdot 2^5$
- (b) $15^3 : 15^2$
- (c) $(3^2)^4$
- (d) $(2 \cdot 3)^3$
- (e) $\left(\frac{18}{3}\right)^2$

Rezolvare:

- (a) $2^{4+5} = 2^9 = 512$.
- (b) $15^{3-2} = 15$.
- (c) $(3^2)^4 = 3^8 = 6561$.
- (d) $(2 \cdot 3)^3 = 2^3 \cdot 3^3 = 8 \cdot 27 = 216$.
- (e) $\left(\frac{18}{3}\right)^2 = 6^2 = 36$.

Exercițiul 6. Calculează expresiile:

- (a) $4^3 + 2^5 - 3^3$
- (b) $7^2 \cdot 5^0$
- (c) $10^3 - 2^6$
- (d) $3 \cdot 2^4 + 2 \cdot 3^3$

Rezolvare:

- (a) $4^3 + 2^5 - 3^3 = 64 + 32 - 27 = 69$.
- (b) $7^2 \cdot 5^0 = 49 \cdot 1 = 49$.
- (c) $10^3 - 2^6 = 1000 - 64 = 936$.
- (d) $3 \cdot 2^4 + 2 \cdot 3^3 = 3 \cdot 16 + 2 \cdot 27 = 48 + 54 = 102$.

Exercițiul 7. Determină ultima cifră a numerelor:

- (a) 7^{23}
- (b) 9^{17}
- (c) 2^{2025}
- (d) 5^{1234}

Rezolvare:

Idee: Ultima cifră a unei puteri se repetă periodic. Pentru a afla poziția în ciclu, folosim **Teorema împărțirii cu rest**: pentru numere naturale a și $b > 0$ există unice q, r cu $a = b \cdot q + r$, $0 \leq r < b$.

(a) Puteri ale lui 7: $7^1 \rightarrow 7$, $7^2 \rightarrow 9$, $7^3 \rightarrow 3$, $7^4 \rightarrow 1$ (ciclu de lungime 4).
 Împărțim exponentul la 4: $23 = 4 \cdot 5 + 3$ (cât $q = 5$, rest $r = 3$).
 Rezultă că 7^{23} are aceeași ultimă cifră ca 7^3 , adică **3**.

(b) Puteri ale lui 9: $9^1 \rightarrow 9$, $9^2 \rightarrow 1$ (ciclu de lungime 2: $9, 1, 9, 1, \dots$).
 $17 = 2 \cdot 8 + 1$ (cât 8, rest 1).
 Ultima cifră este cea a lui 9^1 , adică **9**.

(c) Puteri ale lui 2: $2, 4, 8, 6$ (ciclu de lungime 4).
 $2025 = 4 \cdot 506 + 1$ (cât 506, rest 1).
 Ultima cifră este cea a lui 2^1 , adică **2**.

(d) Pentru orice $n \geq 1$, 5^n se termină întotdeauna în **5** (produsele cu 5 păstrează ultima cifră 5).

Exercițiul 8. (Situatie practică) Se construiește un turn din cuburi astfel: la nivelul k se folosesc 3^k cuburi.

- (a) Câte cuburi sunt la nivelul 4?
- (b) Câte cuburi sunt la nivelul 6?
- (c) Câte cuburi sunt în total pe primele trei niveluri?

Rezolvare:

- (a) $3^4 = 81$ cuburi.
- (b) $3^6 = 729$ cuburi.
- (c) $3^1 + 3^2 + 3^3 = 3 + 9 + 27 = 39$ cuburi.

Succes!