

Rezolvare - Fișă de lucru

Lecția 9 - Împărțirea fracțiilor

Clasa a 5-a – Capitolul 4 - Frații ordinare

Instrucțiuni

Încearcă să rezolvi toate exercițiile fără ajutor. Durata recomandată: 30–40 de minute.

Exerciții

Exercițiul 1. Efectuează împărțirile. Simplifică rezultatele:

(a) $\frac{7}{9} : \frac{14}{27}$

(b) $\frac{5}{6} : \frac{10}{18}$

(c) $\frac{11}{12} : \frac{22}{36}$

(d) $\frac{9}{20} : \frac{3}{5}$

(e) $7 : \frac{1}{14}$

(f) $\frac{3}{4} : 6$

Rezolvare:

Regulă: împărțirea la o fracție se transformă în înmulțire cu inversa ei; simplificăm înainte.

(a)

$$\frac{7}{9} : \frac{14}{27} = \frac{7}{9} \cdot \frac{27}{14} = \frac{7}{9} \cdot \frac{27}{14 \cdot 2} = \frac{27}{9 \cdot 2} = \frac{3}{2}.$$

(b)

$$\frac{5}{6} : \frac{10}{18} = \frac{5}{6} \cdot \frac{18}{10} = \frac{5}{6} \cdot \frac{18 \cdot 3}{10} = \frac{5 \cdot 3}{10} = \frac{15}{10} = \frac{3}{2}.$$

(c)

$$\frac{11}{12} : \frac{22}{36} = \frac{11}{12} \cdot \frac{36}{22} = \frac{11}{12} \cdot \frac{36}{22 \cdot 2} = \frac{36}{12 \cdot 2} = \frac{3}{2}.$$

(d)

$$\frac{9}{20} : \frac{3}{5} = \frac{9}{20} \cdot \frac{5}{3} = \frac{9 \cdot 1}{20 \cdot 3 \cdot 1} \cdot \frac{5}{5} = \frac{5}{20} = \frac{1}{4} \cdot 3 = \frac{3}{4}.$$

(e)

$$7 : \frac{1}{14} = 7 \cdot 14 = 98.$$

(f)

$$\frac{3}{4} : 6 = \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{6} = \frac{3}{24} = \frac{1}{8}.$$

Exercițiul 2. Scrie sub formă de *produs cu inversa* și calculează:

(a) $\frac{8}{15} : \frac{4}{9}$

(b) $\frac{21}{32} : \frac{7}{16}$

(c) $\frac{5}{12} : \frac{25}{18}$

(d) $\frac{3}{14} : \frac{9}{28}$

Rezolvare:

(a)

$$\frac{8}{15} : \frac{4}{9} = \frac{8}{15} \cdot \frac{9}{4} = \frac{8 \cdot 1}{15 \cdot 4 \cdot 1} \cdot \frac{9}{9} = \frac{9 \cdot 2}{15} = \frac{18}{15} = \frac{6}{5}.$$

(b)

$$\frac{21}{32} : \frac{7}{16} = \frac{21}{32} \cdot \frac{16}{7} = \frac{21 \cdot 3}{32 \cdot 7 \cdot 1} \cdot \frac{16}{16} = \frac{3 \cdot 16}{32} = \frac{3}{2}.$$

(c)

$$\frac{5}{12} : \frac{25}{18} = \frac{5}{12} \cdot \frac{18}{25} = \frac{5 \cdot 1}{12 \cdot 25 \cdot 5} \cdot \frac{18}{18} = \frac{18}{60} = \frac{3}{10}.$$

(d)

$$\frac{3}{14} : \frac{9}{28} = \frac{3}{14} \cdot \frac{28}{9} = \frac{3}{14 \cdot 1} \cdot \frac{28 \cdot 2}{9} = \frac{6}{9} = \frac{2}{3}.$$

Exercițiul 3. Efectuează, *simplificând înainte de a înmulți*:

(a) $\frac{18}{35} : \frac{27}{70}$

(b) $\frac{44}{99} : \frac{8}{9}$

(c) $\frac{63}{88} : \frac{9}{22}$

(d) $\frac{50}{84} : \frac{25}{42}$

Rezolvare:

(a)

$$\frac{18}{35} : \frac{27}{70} = \frac{18}{35} \cdot \frac{70}{27} = \frac{18}{\cancel{35}} \cdot \frac{\cancel{70} \cdot 2}{27} = \frac{18 \cdot 2}{27} = \frac{36}{27} = \frac{4}{3}.$$

(b)

$$\frac{44}{99} : \frac{8}{9} = \frac{44}{99} \cdot \frac{9}{8} = \frac{4}{9} \cdot \frac{9}{8} = \frac{4 \cdot \cancel{9}}{9 \cdot 8} \cdot \frac{1}{\cancel{8}} = \frac{4}{8} = \frac{1}{2}.$$

(c)

$$\frac{63}{88} : \frac{9}{22} = \frac{63}{88} \cdot \frac{22}{9} = \frac{\cancel{63} \cdot 7}{88} \cdot \frac{22}{9 \cdot \cancel{1}} = \frac{7 \cdot 22}{88} = \frac{7}{4}.$$

(d)

$$\frac{50}{84} : \frac{25}{42} = \frac{50}{84} \cdot \frac{42}{25} = \frac{\cancel{50} \cdot 2}{84} \cdot \frac{42}{\cancel{25} \cdot 1} = \frac{2 \cdot \cancel{42}}{\cancel{84}} \cdot 1 = 1.$$

Exercițiul 4. Determină numărul natural x astfel încât egalitățile să fie adevărate:

(a) $\frac{x}{12} : \frac{5}{18} = \frac{3}{2}$

(b) $\frac{7}{x} : \frac{1}{6} = 21$

(c) $x : \frac{3}{4} = \frac{9}{2}$

(d) $\frac{5}{8} : x = \frac{5}{24}$

Rezolvare:

(a)

$$\frac{x}{12} : \frac{5}{18} = \frac{x}{12} \cdot \frac{18}{5} = \frac{18x}{60} = \frac{3x}{10}.$$

Egalăm cu $\frac{3}{2}$:

$$\frac{3x}{10} = \frac{3}{2} \Rightarrow 3x \cdot 2 = 3 \cdot 10 \Rightarrow 6x = 30 \Rightarrow x = 5.$$

(b)

$$\frac{7}{x} : \frac{1}{6} = \frac{7}{x} \cdot 6 = \frac{42}{x}.$$

Egalăm cu 21:

$$\frac{42}{x} = 21 \Rightarrow 42 = 21x \Rightarrow x = 2.$$

(c)

$$x : \frac{3}{4} = x \cdot \frac{4}{3} = \frac{4x}{3}.$$

Egalăm cu $\frac{9}{2}$:

$$\frac{4x}{3} = \frac{9}{2} \Rightarrow 8x = 27 \Rightarrow x = \frac{27}{8}.$$

Concluzie: soluția este rațională; nu există $x \in N$ care să verifice egalitatea.

(d)

$$\frac{5}{8} : x = \frac{5}{8} \cdot \frac{1}{x} = \frac{5}{8x}.$$

Egalăm cu $\frac{5}{24}$:

$$\frac{5}{8x} = \frac{5}{24} \Rightarrow \frac{1}{8x} = \frac{1}{24} \Rightarrow 8x = 24 \Rightarrow x = 3.$$

Exercițiul 5. Probleme aplicative (scrie câte un singur calcul pentru fiecare):

- (a) Dintr-o panglică de $\frac{3}{4}$ m se confecționează fundițe egale, fiecare având lungimea $\frac{1}{8}$ m. Câte fundițe se pot face?
- (b) O sticlă conține $\frac{5}{6}$ l de suc. Porțiile sunt de $\frac{1}{12}$ l. Câte porții egale se obțin dintr-o sticlă?
- (c) O foaie are $\frac{2}{3}$ m², iar un autocolant are $\frac{1}{18}$ m². Câte autocolante acoperă o foaie?

Rezolvare:

Câte se obțin?” înseamnă împărțire: total : mărimea unei părți.

(a)

$$\frac{3}{4} : \frac{1}{8} = \frac{3}{4} \cdot 8 = \frac{3 \cdot 8}{4} = 6 \text{ fundițe.}$$

(b)

$$\frac{5}{6} : \frac{1}{12} = \frac{5}{6} \cdot 12 = \frac{5 \cdot 12}{6} = 10 \text{ porții.}$$

(c)

$$\frac{2}{3} : \frac{1}{18} = \frac{2}{3} \cdot 18 = \frac{2 \cdot 18}{3} = 12 \text{ autocolante.}$$

Exercițiul 6. Calculează, respectând ordinea operațiilor:

(a) $\left(\frac{9}{10} : \frac{3}{5}\right) : \left(\frac{7}{12} : \frac{7}{18}\right)$

(b) $\frac{4}{9} : \left(\frac{2}{3} : \frac{5}{6}\right)$

(c) $\left(\frac{15}{28} : \frac{5}{14}\right) : \frac{3}{2}$

Rezolvare:

(a) *Paranteza 1:*

$$\frac{9}{10} : \frac{3}{5} = \frac{9}{10} \cdot \frac{5}{3} = \frac{3}{2}.$$

Paranteza 2:

$$\frac{7}{12} : \frac{7}{18} = \frac{7}{12} \cdot \frac{18}{7} = \frac{18}{12} = \frac{3}{2}.$$

Împărțirea finală:

$$\frac{3}{2} : \frac{3}{2} = \frac{3}{2} \cdot \frac{2}{3} = 1.$$

(b) *Paranteza:*

$$\frac{2}{3} : \frac{5}{6} = \frac{2}{3} \cdot \frac{6}{5} = \frac{4}{5}.$$

Apoi:

$$\frac{4}{9} : \frac{4}{5} = \frac{4}{9} \cdot \frac{5}{4} = \frac{5}{9}.$$

(c) Paranteza:

$$\frac{15}{28} : \frac{5}{14} = \frac{15}{28} \cdot \frac{14}{5} = \frac{3}{2}.$$

Apoi:

$$\frac{3}{2} : \frac{3}{2} = \frac{3}{2} \cdot \frac{2}{3} = 1.$$

Exercițiul 7. Găsește fracția necunoscută:

(a) Împărțind fracția A la $\frac{5}{12}$ se obține $\frac{3}{4}$. Determină A .

(b) Ce fracție B dă $\frac{7}{10}$ atunci când este împărțită la $\frac{1}{5}$?

(c) Ce fracție C trebuie împărțită la $\frac{9}{16}$ pentru a obține $\frac{3}{8}$?

Rezolvare:

(a)

$$\frac{A}{\frac{5}{12}} = \frac{3}{4} \iff A = \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{12} = \frac{15}{48} = \frac{5}{16}.$$

(b)

$$\frac{B}{\frac{1}{5}} = \frac{7}{10} \iff B = \frac{7}{10} \cdot \frac{1}{5} = \frac{7}{50}.$$

(c)

$$\frac{C}{\frac{9}{16}} = \frac{3}{8} \iff C = \frac{3}{8} \cdot \frac{9}{16} = \frac{27}{128}.$$

Exercițiul 8. Completează cu numărul natural n :

(a) $\frac{7}{12} : n = \frac{7}{36}$

(b) $n : \frac{5}{8} = \frac{3}{4}$

(c) $\frac{2}{9} : \frac{1}{n} = \frac{8}{9}$

Rezolvare:

(a)

$$\frac{7}{12} : n = \frac{7}{12} \cdot \frac{1}{n} = \frac{7}{12n} = \frac{7}{36} \implies 12n = 36 \implies n = 3.$$

(b)

$$n : \frac{5}{8} = n \cdot \frac{8}{5} = \frac{3}{4} \implies n = \frac{3}{4} \cdot \frac{5}{8} = \frac{15}{32}.$$

Nu există $n \in \mathbb{N}$ cu această proprietate; soluția este rațională.

(c)

$$\frac{2}{9} : \frac{1}{n} = \frac{2}{9} \cdot n = \frac{8}{9} \implies 2n = 8 \implies n = 4.$$

Succes!