



Rezolvare - Fișă de lucru

Lecția 8 - Împărțirea cu rest a numerelor naturale

Clasa a 5-a – Capitolul 1 - Operații cu numere naturale

Instrucțiuni

Încearcă să rezolvi toate exercițiile fără ajutor. Durata recomandată: 30–40 de minute.

Exerciții

Exercițiul 1. Efectuează împărțirile, indicând **câtul** și **restul**:

- (a) $157 : 6$
- (b) $432 : 14$
- (c) $789 : 9$
- (d) $1005 : 28$
- (e) $2468 : 45$

Rezolvare:

- (a) $157 = 6 \cdot 26 + 1 \Rightarrow q = 26, r = 1$
- (b) $432 = 14 \cdot 30 + 12 \Rightarrow q = 30, r = 12$
- (c) $789 = 9 \cdot 87 + 6 \Rightarrow q = 87, r = 6$
- (d) $1005 = 28 \cdot 35 + 25 \Rightarrow q = 35, r = 25$
- (e) $2468 = 45 \cdot 54 + 38 \Rightarrow q = 54, r = 38$

Exercițiul 2. Determină numărul natural a în fiecare caz:

- (a) a împărțit la 37 dă câtul 24 și restul 19.
- (b) a împărțit la 56 dă restul 9 și câtul 17.

Rezolvare:

- (a) Teorema împărțirii cu rest: $a = 37 \cdot 24 + 19 = 888 + 19 = 907$.
- (b) La fel: $a = 56 \cdot 17 + 9 = 952 + 9 = 961$.

Exercițiul 3. Determină toate numerele naturale care, împărțite la 4, au câtul 7.

Rezolvare:

Explicație pas cu pas (pentru clasa a 5-a):

Când împărțim un număr la 4, **Teorema împărțirii cu rest** ne spune că:

$$\text{numărul} = 4 \cdot \text{cât} + \text{rest}, \quad \text{cu } 0 \leq \text{rest} < 4.$$

În problema noastră, **câtul este 7**. Deci orice astfel de număr are forma:

$$a = 4 \cdot 7 + r, \quad \text{unde } r \in \{0, 1, 2, 3\}.$$

Punem pe rând valorile posibile ale restului:

$$r = 0 \Rightarrow a = 4 \cdot 7 + 0 = 28,$$

$$r = 1 \Rightarrow a = 4 \cdot 7 + 1 = 29,$$

$$r = 2 \Rightarrow a = 4 \cdot 7 + 2 = 30,$$

$$r = 3 \Rightarrow a = 4 \cdot 7 + 3 = 31.$$

Verificare rapidă: la fiecare, dacă împărțim la 4, obținem câtul 7 (de exemplu $29 = 4 \cdot 7 + 1$).

Răspuns final: $a \in \{28, 29, 30, 31\}$.

Exercițiul 4. Suma a trei numere naturale este 155. Împărțind primele două numere la al treilea obținem câturile 9 și 27, iar resturile 2 și, respectiv, 5. Determină cele trei numere.

Rezolvare:

Notăm: a și b sunt **numerele împărțite**, iar c este **al treilea număr** (divizorul).

Câturile sunt $c_1 = 9$ (pentru a) și $c_2 = 27$ (pentru b). Resturile sunt $r_1 = 2$ (pentru a) și $r_2 = 5$ (pentru b).

Scriem cu Teorema împărțirii cu rest:

$$a = c \cdot c_1 + r_1 = c \cdot 9 + 2,$$

$$b = c \cdot c_2 + r_2 = c \cdot 27 + 5.$$

Știm și că $a + b + c = 155$. Înlocuim a și b :

$$(9c + 2) + (27c + 5) + c = 155 \Rightarrow 37c + 7 = 155 \Rightarrow 37c = 148 \Rightarrow c = 4.$$

Condiția pentru resturi: la orice împărțire, restul *trebuie* să fie mai mic decât divizorul. Aici divizorul este $c = 4$.

Pentru a : $r_1 = 2$ și $2 < 4$ este corect.

Pentru b : $r_2 = 5$ dar $5 < 4$ este **fals** $\Rightarrow$ **contradicție**.

Concluzie: datele duc la o imposibilitate (restul al doilea nu poate fi 5 dacă $c = 4$).

Nu există soluții în N pentru enunțul dat.

Exercițiul 5. Determină toate numerele naturale care, împărțite la 12, au *restul egal cu câtul*.

Rezolvare:

Fie n numărul căutat. Scriem cu teorema împărțirii cu rest:

$$n = 12 \cdot q + r, \quad 0 \leq r < 12.$$

Condiția restul egal cu câtul” înseamnă $r = q$. Deci:

$$n = 12q + q = 13q, \quad \text{cu } q \in \{0, 1, 2, \dots, 11\}.$$

Răspuns: $n \in \{0, 13, 26, 39, 52, 65, 78, 91, 104, 117, 130, 143\}$.

Exercițiul 6. Determină cel mai mic și cel mai mare număr natural de 3 cifre care dau restul 7 la împărțirea cu 12.

Rezolvare:

Căutăm numere de 3 cifre care se pot scrie $n = 12 \cdot q + 7$ (rest 7), cu $100 \leq n \leq 999$.

Cel mai mic: încercăm aproape de 100: $12 \cdot 8 + 7 = 96 + 7 = 103$ (este de 3 cifre).

Cel mai mare: creștem q până aproape de 999: $12 \cdot 82 + 7 = 984 + 7 = 991$.

Răspuns: cel mai mic 103, cel mai mare 991.

Exercițiul 7. Arată că nu există numere naturale care, împărțite la 10, dau restul 5 și, împărțite la 5, dau restul 1.

Rezolvare:

Pasul 1. Scriem cu **teorema împărțirii cu rest** prima condiție:

$$\text{Fie } x \text{ numărul. } x : 10 = \text{cât } q_1 \text{ și rest } 5 \Rightarrow x = 10 \cdot q_1 + 5.$$

Acest lucru înseamnă și că x se termină în cifra 5 (are forma $\dots 5$).

Pasul 2. Privim împărțirea la 5. Deoarece $x = 10q_1 + 5 = 5(2q_1 + 1)$, rezultă că x este **multiplu de 5**.

La împărțirea unui multiplu de 5 la 5, **restul este 0** (nu poate fi 1).

Pasul 3. A doua cerință spunea că la împărțirea la 5 restul este 1. Asta contrazice Pasul 2.

Concluzie: nu poate exista un astfel de număr x — cele două condiții nu pot fi adevărate în același timp.

Exercițiul 8. Diferența a două numere naturale este 146. Împărțind numărul mai mare la triplul numărului mai mic obținem câtul 7 și restul 6. Determină cele două numere.

Rezolvare:

Notăm A numărul mai mare, B numărul mai mic. Avem:

$$A - B = 146, \quad A = 7 \cdot (3B) + 6 = 21B + 6.$$

Scădem:

$$(21B + 6) - B = 146 \Rightarrow 20B + 6 = 146 \Rightarrow 20B = 140 \Rightarrow B = 7.$$

Atunci $A = B + 146 = 153$. Verificare: $153 = 21 \cdot 7 + 6$.

Răspuns: $A = 153$, $B = 7$.