



Rezolvare - Fișă de lucru

Lecția 7 - Împărțirea a două numere naturale cu rezultat fracție zecimală.

Transformarea unei fracții ordinare în fracție zecimală

Clasa a 5-a – Capitolul 1 - Frații zecimale

Instrucțiuni

Încearcă să rezolvi toate exercițiile fără ajutor. Durata recomandată:
30–40 de minute.

Exerciții

Exercițiul 1. Efectuează împărțirile, scriind câtul în **baza 10** (dacă este necesar, adaugă zerouri la deîmpărțit):

- (a) $85 : 4$
- (b) $147 : 25$
- (c) $73 : 8$
- (d) $196 : 50$
- (e) $702 : 125$
- (f) $415 : 16$

Rezolvare:

Idee: transformăm împărțirea într-o fracție și, când este util, aducem numitorul la o putere a lui 10.

$$(a) \frac{85}{4} = \frac{8500}{400} = 21,25.$$

$$(b) \frac{147}{25} = \frac{147 \cdot 4}{25 \cdot 4} = \frac{588}{100} = 5,88.$$

$$(c) \frac{73}{8} = \frac{73 \cdot 125}{8 \cdot 125} = \frac{9125}{1000} = 9,125.$$

$$(d) \frac{196}{50} = \frac{196 \cdot 2}{50 \cdot 2} = \frac{392}{100} = 3,92.$$

$$(e) \frac{702}{125} = \frac{702 \cdot 8}{125 \cdot 8} = \frac{5616}{1000} = 5,616.$$

$$(f) \frac{415}{16} = \frac{415 \cdot 625}{16 \cdot 625} = \frac{259375}{10000} = 25,9375.$$

Exercițiul 2. Transformă în **fracții zecimale** și indică **tipul** (finita / periodică simplă / periodică mixtă):

$$(a) \frac{7}{8}$$

$$(b) \frac{13}{20}$$

$$(c) \frac{2}{3}$$

$$(d) \frac{7}{6}$$

$$(e) \frac{11}{40}$$

$$(f) \frac{23}{27}$$

$$(g) \frac{17}{12}$$

$$(h) \frac{121}{200}$$

Rezolvare:

Regulă: după simplificare, dacă numitorul are numai factori 2 și/sau 5 $\Rightarrow$ finita; altfel periodică. Dacă $\gcd(\text{numitor}, 10) = 1 \Rightarrow$ periodică simplă, altfel mixtă.

$$(a) \frac{7}{8} = 0,875 \text{ — } \textbf{finita}.$$

$$(b) \frac{13}{20} = 0,65 \text{ — } \textbf{finita}.$$

$$(c) \frac{2}{3} = 0, (6) \text{ — } \textbf{periodică simplă}.$$

$$(d) \frac{7}{6} = 1,1(6) \text{ — } \textbf{periodică mixtă}.$$

$$(e) \frac{11}{40} = 0,275 \text{ — } \textit{finita}.$$

$$(f) \frac{23}{27} = 0,(851) \text{ — } \textit{periodică simplă}.$$

$$(g) \frac{17}{12} = 1,41(6) \text{ — } \textit{periodică mixtă}.$$

$$(h) \frac{121}{200} = 0,605 \text{ — } \textit{finita}.$$

Exercițiul 3. Aproximă prin lipsă la sutimi (păstrează două zecimale, fără rotunjire în sus):

$$(a) \frac{5}{11}$$

$$(b) \frac{23}{28}$$

$$(c) \frac{19}{24}$$

$$(d) \frac{7}{18}$$

Rezolvare:

Scrim câteva zecimale și tăiem după două zecimale.

$$(a) \frac{5}{11} = 0,(45) \Rightarrow 0,45 \text{ (prin lipsă)}.$$

$$(b) \frac{23}{28} = 0,821428\dots \Rightarrow 0,82 \text{ (prin lipsă)}.$$

$$(c) \frac{19}{24} = 0,791(6) \Rightarrow 0,79 \text{ (prin lipsă)}.$$

$$(d) \frac{7}{18} = 0,3(8) \Rightarrow 0,38 \text{ (prin lipsă)}.$$

Exercițiul 4. Fără a efectua împărțirea, stabilește dacă rezultatul este **fracție zecimală finită** sau **periodică** (argumentează prin descompunerea numitorului, după simplificare):

$$(a) \frac{45}{120}$$

$$(b) \frac{54}{250}$$

(c) $\frac{35}{84}$

(d) $\frac{96}{375}$

Rezolvare:

Finita $\Leftrightarrow$ (după simplificare) numitorul are numai factori 2 și/sau 5.

(a) $\frac{45}{120} = \frac{3}{8}$ (numitor = 2^3) $\Rightarrow$ **finita**.

(b) $\frac{54}{250} = \frac{27}{125}$ (numitor = 5^3) $\Rightarrow$ **finita**.

(c) $\frac{35}{84} = \frac{5}{12}$ (numitor = $2^2 \cdot 3$) $\Rightarrow$ **periodică**.

(d) $\frac{96}{375} = \frac{32}{125}$ (numitor = 5^3) $\Rightarrow$ **finita**.

Exercițiul 5. Dă exemple de $n \in \mathbb{N}$ pentru care $\frac{n+1}{n}$ se transformă în:

- (a) fracție zecimală **finită**;
- (b) fracție zecimală **periodică simplă**;
- (c) fracție zecimală **periodică mixtă**.

(Scrie câte **două exemple** pentru fiecare caz și justifică pe scurt.)

Rezolvare:

Observație: $\frac{n+1}{n} = 1 + \frac{1}{n}$. Tipul zecimalului este cel al lui $\frac{1}{n}$ în formă ireductibilă.

(a) **Finită** dacă n are numai factori 2 și/sau 5.

Ex.: $n = 4 \Rightarrow \frac{n+1}{n} = \frac{5}{4} = 1,25$; $n = 20 \Rightarrow \frac{21}{20} = 1,05$.

(b) **Periodică simplă** dacă $(n, 10) = 1$ (n are alți primi decât 2, 5).

Ex.: $n = 3 \Rightarrow \frac{4}{3} = 1,(3)$; $n = 7 \Rightarrow \frac{8}{7} = 1,(142857)$.

(c) **Periodică mixtă** dacă n are și factori 2 sau 5, și alți factori.

Ex.: $n = 6 = 2 \cdot 3 \Rightarrow \frac{7}{6} = 1,1(6)$; $n = 15 = 3 \cdot 5 \Rightarrow \frac{16}{15} = 1,0(6)$.

Exercițiul 6. Probleme aplicative. Scrie un **singur calcul** pentru fiecare:

- (a) O panglică de 12 m se taie în **7** bucăți egale. Cât măsoară o bucată (în m), ca **fracție zecimală**?
- (b) O sumă de **87 lei** se împarte în mod egal între **4** prietenii. Cât primește fiecare (în lei), ca fracție zecimală?

Rezolvare:

(a) $12 : 7 = \frac{12}{7} = 1, (714285) \text{ m}$ (*periodică simplă; perioada 714285*).

(b) $87 : 4 = \frac{87}{4} = 21,75 \text{ lei}$ (*finită*).

Exercițiul 7. Completează cu semnul corect, fără a calcula complet (argumentează prin proprietăți):

(a) $\frac{17}{20} \square 0,84$

(b) $\frac{7}{12} \square 0,58$

(c) $0,3(6) \square \frac{11}{30}$

(d) $1,2(5) \square \frac{5}{4}$

Rezolvare:

(a) $\frac{17}{20} = \frac{85}{100} = 0,85$ și $0,84 = \frac{84}{100}$, deci $>$.

(b) Comparație la numitor 300: $\frac{7}{12} = \frac{175}{300}$, $0,58 = \frac{29}{50} = \frac{174}{300}$, deci $>$.

(c) $0,3(6) = 0,3666\dots = \frac{11}{30}$, deci $=$.

(d) $\frac{5}{4} = 1,25$, iar $1,2(5) = 1,25555\dots$, deci $>$.

Exercițiul 8. Determină **ultima cifră** din partea **periodică** și spune dacă *perioada începe imediat după virgulă* (periodică *simplă*) sau după una/două zecimale (periodică *mixtă*):

(a) $\frac{1}{6}$

(b) $\frac{5}{18}$

(c) $\frac{7}{22}$

(d) $\frac{13}{30}$

Rezolvare:

Observăm factorii 2 și 5 în numitor: existența lor dă o preperioadă (periodică mixtă).

(a) $\frac{1}{6} = 0,1(6) — \textbf{mixtă};$ ultima cifră a perioadei: 6.

(b) $\frac{5}{18} = 0,2(7) — \textbf{mixtă};$ ultima cifră a perioadei: 7.

(c) $\frac{7}{22} = 0,3(18) — \textbf{mixtă};$ ultima cifră a perioadei: 8.

(d) $\frac{13}{30} = 0,4(3) — \textbf{mixtă};$ ultima cifră a perioadei: 3.

Succes!