

Rezolvare - Fișă de lucru

Lecția 7 - Ecuații în mulțimea numerelor raționale

Clasa a 6-a – Capitolul 2 - Mulțimea numerelor raționale

Exerciții

Exercițiul 1. Scrie ecuațiile corespunzătoare formei generale $ax + b = 0$ pentru:

(a) $a = 2, b = 3$

(b) $a = -3, b = 5$

(c) $a = \frac{1}{2}, b = -4$

Rezolvare:

(a) $2x + 3 = 0.$ (b) $-3x + 5 = 0.$ (c) $\frac{1}{2}x - 4 = 0.$

Exercițiul 2. Verifică dacă $x = -4$ este soluție pentru ecuațiile:

(a) $-3x + 12 = 0$

(b) $3x + 12 = 0$

(c) $-3x - 12 = 0$

(d) $3x - 12 = 0$

Rezolvare:

(a) $-3(-4) + 12 = 12 + 12 = 24 \neq 0 \Rightarrow$ nu este soluție.

(b) $3(-4) + 12 = -12 + 12 = 0 \Rightarrow$ este soluție.

(c) $-3(-4) - 12 = 12 - 12 = 0 \Rightarrow$ este soluție.

(d) $3(-4) - 12 = -12 - 12 = -24 \neq 0 \Rightarrow$ nu este soluție.

Exercițiul 3. Rezolvă în Q :

(a) $7x - 14 = 0$

(b) $-2x + 12 = 0$

$$(c) \frac{2}{3}y - \frac{6}{9} = 0$$

$$(d) 13x - 8 = 0$$

Rezolvare:

(a)

$$7x - 14 = 0 \mid +14 \Rightarrow 7x = 14 \mid :7 \Rightarrow x = 2.$$

(b)

$$-2x + 12 = 0 \mid -12 \Rightarrow -2x = -12 \mid :(-2) \Rightarrow x = 6.$$

(c)

$$\frac{2}{3}y - \frac{6}{9} = 0 \Rightarrow \frac{6}{9} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{2}{3}y - \frac{2}{3} = 0$$

$$\frac{2}{3}(y - 1) = 0 \left(\frac{2}{3} \neq 0\right) \Rightarrow y - 1 = 0 \mid +1 \Rightarrow y = 1.$$

(d)

$$13x - 8 = 0 \mid +8 \Rightarrow 13x = 8 \mid :13 \Rightarrow x = \frac{8}{13}.$$

Exercițiul 4. Rezolvă ecuațiile:

$$(a) 3(x - 1) = x + 7$$

$$(b) 2(x + 3) - 5 = x - 7$$

$$(c) \frac{1}{4}x + 4 = \frac{3}{4}x + 5$$

$$(d) (x - 1) + x = \frac{7}{2}$$

Rezolvare:

(a)

$$3(x - 1) = x + 7 \Rightarrow 3x - 3 = x + 7 \mid -x \Rightarrow 2x - 3 = 7$$

$$2x = 10 \mid :2 \Rightarrow x = 5.$$

(b)

$$2(x + 3) - 5 = x - 7 \Rightarrow 2x + 6 - 5 = x - 7 \Rightarrow 2x + 1 = x - 7$$

$$2x - x = -7 - 1 \Rightarrow x = -8.$$

(c)

$$\frac{1}{4}x + 4 = \frac{3}{4}x + 5 \mid -\frac{1}{4}x \Rightarrow 4 = \frac{1}{2}x + 5$$

$$4 - 5 = \frac{1}{2}x \Rightarrow -1 = \frac{1}{2}x \mid \cdot 2 \Rightarrow x = -2.$$

(d)

$$(x - 1) + x = \frac{7}{2} \Rightarrow 2x - 1 = \frac{7}{2} \mid + 1 \Rightarrow 2x = \frac{7}{2} + 1 = \frac{9}{2}$$
$$x = \frac{9}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{9}{4}.$$

Exercițiul 5. Rezolvă ecuațiile:

(a) $x + y = 9$, dacă $y = 2$

(b) $x - 5 = 5$

(c) $2(x - 3) = x + 1$

(d) $0.15x - 2.5 = -0.4x + 0.8$

Rezolvare:

(a) $x + 2 = 9 \Rightarrow x = 7.$

(b) $x - 5 = 5 \Rightarrow x = 10.$

(c) $2(x - 3) = x + 1 \Rightarrow 2x - 6 = x + 1 \Rightarrow 2x - x = 1 + 6 \Rightarrow x = 7.$

(d) *Lucrăm cu fracții:*

$$\frac{3}{20}x - \frac{5}{2} = -\frac{2}{5}x + \frac{4}{5}.$$

Aducem termenii cu x în stânga și numerele în dreapta:

$$\left(\frac{3}{20} + \frac{2}{5}\right)x = \frac{4}{5} + \frac{5}{2}.$$

$$\frac{2}{5} = \frac{8}{20} \Rightarrow \left(\frac{3}{20} + \frac{8}{20}\right)x = \frac{11}{20}x.$$

$$\frac{4}{5} = \frac{8}{10}, \frac{5}{2} = \frac{25}{10} \Rightarrow \frac{8}{10} + \frac{25}{10} = \frac{33}{10}.$$

$$\frac{11}{20}x = \frac{33}{10} \Rightarrow x = \frac{33}{10} \cdot \frac{20}{11} = \frac{33 \cdot 2}{11} = 6.$$

Exercițiul 6. Rezolvă și justifică:

(a) $2(x + 3) - 3(5 - x) = 11 + 2x - 2(3 + x)$

(b) $3x + 12 - 5x - 10 = -2x + 2$

Rezolvare:

(a) Dezvoltăm:

$$2x + 6 - (15 - 3x) = 2x + 6 - 15 + 3x = 5x - 9.$$

Dreapta:

$$11 + 2x - (6 + 2x) = 11 + 2x - 6 - 2x = 5.$$

Egalăm:

$$5x - 9 = 5 \Rightarrow 5x = 14 \Rightarrow x = \frac{14}{5}.$$

(b) Stânga: $3x + 12 - 5x - 10 = (-2x) + 2$. Deci avem

$$-2x + 2 = -2x + 2,$$

identitate adevărată pentru orice $x \in \mathbb{Q}$. **Mulțimea soluțiilor:** toate numerele raționale.

Exercițiul 7. Rezolvă în \mathbb{Q} :

(a) $3x + 1 = 4$

(b) $2(x - 2) - 7 = 0$

(c) $(x + 1) + 3 = |x + 1|$

Rezolvare:

(a) $3x = 3 \Rightarrow x = 1$.

(b) $2x - 4 - 7 = 0 \Rightarrow 2x - 11 = 0 \Rightarrow x = \frac{11}{2}$.

(c) $x + 4 = |x + 1|$. Cazuri:

Dacă $x + 1 \geq 0$ ($x \geq -1$), atunci $|x + 1| = x + 1$, deci

$$x + 4 = x + 1 \Rightarrow 4 = 1 \Rightarrow \text{fals. Nu există soluții în acest caz.}$$

Dacă $x + 1 < 0$ ($x < -1$), atunci $|x + 1| = -(x + 1)$, deci

$$x + 4 = -(x + 1) \Rightarrow x + 4 = -x - 1 \Rightarrow 2x = -5 \Rightarrow x = -\frac{5}{2}.$$

Verificare: $x = -\frac{5}{2} < -1$; $|x + 1| = \left| -\frac{3}{2} \right| = \frac{3}{2}$; stânga = $x + 4 = \frac{3}{2}$. **Soluție:**
 $x = -\frac{5}{2}$.

Exercițiul 8. Creează o ecuație de forma $ax + b = 0$ care are ca soluție:

(a) $x = \frac{2}{3}$

(b) $x = -4.5$

Rezolvare:

(a) *O alegere simplă:* $3x - 2 = 0$ (soluția este $x = 2/3$).

(b) $x = -4.5 = -\frac{9}{2} \Rightarrow$ o ecuație: $2x + 9 = 0$.