

Recapitulare lecțiile 1-5

Clasa a 6-a – Capitolul 2 – Triunghiul. Congruența triunghiurilor

Instrucțiuni

Această fișă verifică toate cunoștințele din acest capitol: calculul perimetrului și unghiurilor, clasificarea triunghiurilor și demonstrarea congruenței.

Durata recomandată: **50 minute**.

Exerciții

Exercițiul 1. Se dă triunghiul ABC în care $m(\angle A) = x^\circ$, $m(\angle B) = (x + 20)^\circ$ și $m(\angle C) = (x + 10)^\circ$.

- Aflați valoarea lui x .
- Determinați măsurile unghiurilor triunghiului.

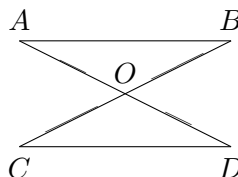
Exercițiul 2. Un triunghi isoscel are perimetrul egal cu 34 cm, iar baza are lungimea de 10 cm. Calculați lungimea laturilor congruente.

Exercițiul 3. Se știe că $\triangle DEF \equiv \triangle XYZ$. Dacă $DE = 4$ cm, $DF = 5$ cm și $m(\angle E) = 90^\circ$, determinați:

- Lungimile laturilor XY și XZ .
- Ce fel de triunghi este XYZ ?

Exercițiul 4. În figura de mai jos, AD și BC sunt două segmente care se intersectează în mijlocul lor comun, punctul O .

- Demonstrați că $\triangle AOB \equiv \triangle DOC$.
- Deduceți că $AB \parallel DC$.



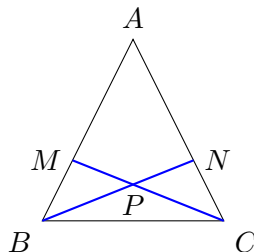
Exercițiul 5. Pe laturile Ox și Oy ale unghiului $\angle xOy$ se iau punctele A și B astfel încât $OA = OB$. În exteriorul unghiului se ia un punct M astfel încât $MA = MB$. Demonstrați că $\triangle OAM \equiv \triangle OBM$ și că semidreapta OM este bisectoarea unghiului $\angle xOy$.

Exercițiul 6. Fie triunghiul dreptunghic ABC ($m(\angle A) = 90^\circ$). Pe cateta AC se ia punctul D astfel încât $\angle ABD \equiv \angle CBD$ (BD este bisectoare). Dacă $m(\angle C) = 30^\circ$, demonstrați că $BD = DC$.

Exercițiul 7. Fie triunghiul isoscel ABC cu $AB = AC$. Pe laturile AB și AC se iau punctele M , respectiv N , astfel încât $AM = AN$. Segmentele BN și CM se intersectează în punctul P . Demonstrați că:

(a) $\triangle AMC \equiv \triangle ANB$.

(b) $\triangle BPM \equiv \triangle CPN$.



Exercițiul 8. Fie unghiul ascuțit $\angle xOy$. Fie M un punct pe bisectoarea unghiului. Se construiește o dreaptă care trece prin M și este perpendiculară pe OM . Această dreaptă intersectează latura Ox în A și latura Oy în B .

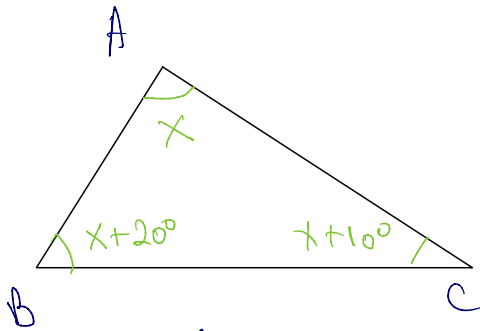
(a) Demonstrați că triunghiul OAB este isoscel.

(b) Dacă P este un alt punct pe semidreapta OM (M între O și P), demonstrați că $PA = PB$.

Succes!

Exercițiul 1. Se dă triunghiul ABC în care $m(\angle A) = x^\circ$, $m(\angle B) = (x + 20)^\circ$ și $m(\angle C) = (x + 10)^\circ$.

- (a) Aflați valoarea lui x .
 (b) Determinați măsurile unghiurilor triunghiului.



$$a) \text{ În } \triangle ABC: \hat{A} + \hat{B} + \hat{C} = 180^\circ \Rightarrow x + (x + 20^\circ) + (x + 10^\circ) = 180^\circ$$

$$\Rightarrow x + x + 20^\circ + x + 10^\circ = 180^\circ$$

$$3x + 30^\circ = 180^\circ \quad | -30^\circ \Rightarrow 3x = 150^\circ \quad | :3$$

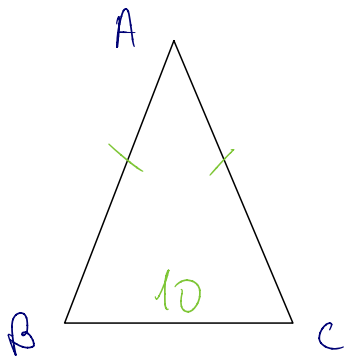
$$x = 50^\circ$$

$$b) \hat{A} = x^\circ = 50^\circ$$

$$\hat{B} = x + 20^\circ = 50^\circ + 20^\circ = 70^\circ$$

$$\hat{C} = x + 10^\circ = 50^\circ + 10^\circ = 60^\circ$$

Exercițiul 2. Un triunghi isoscel are perimetrul egal cu 34 cm, iar baza are lungimea de 10 cm. Calculați lungimea laturilor congruente.



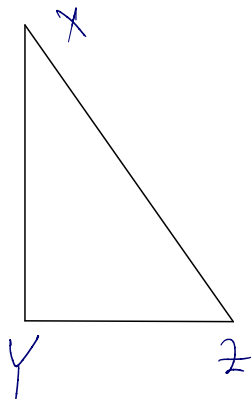
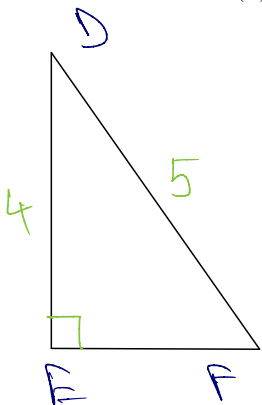
$$\triangle ABC \text{ isoscel} \Rightarrow AB = AC \quad \left. \begin{array}{l} \triangle ABC \text{ isoscel} \Rightarrow AB = AC \\ P_{\triangle ABC} = AB + AC + BC = 34 \text{ cm} \end{array} \right\} \Rightarrow 2 \cdot AB + 10 = 34 \quad | -10$$

$$2 \cdot AB = 24 \quad | :2$$

$$AB = 12 \text{ cm} = AC$$

Exercițiul 3. Se știe că $\triangle DEF \equiv \triangle XYZ$. Dacă $DE = 4$ cm, $DF = 5$ cm și $m(\angle E) = 90^\circ$, determinați:

- (a) Lungimile laturilor XY și XZ .
 (b) Ce fel de triunghi este XYZ ?



$$a) \triangle DEF \equiv \triangle XYZ \Rightarrow DE = XY = 4 \text{ cm}$$

$$\Rightarrow DF = XZ = 5 \text{ cm}$$

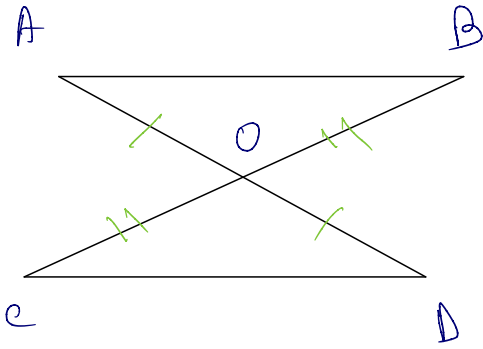
$$b) \triangle DEF \equiv \triangle XYZ \Rightarrow \hat{E} = \hat{Y} = 90^\circ$$

$$\Rightarrow \triangle XYZ \text{ dreptunghic}$$

Exercițiul 4. În figura de mai jos, AD și BC sunt două segmente care se intersectează în mijlocul lor comun, punctul O .

(a) Demonstrați că $\triangle AOB \equiv \triangle DOC$.

(b) Deduceți că $AB \parallel DC$.



a) O mijlocul $[AD] \Rightarrow AO=DO$

O mijlocul $[CB] \Rightarrow CO=OB$

$\triangle AOB \mid AO=DO$

$\triangle DOC \mid OB=OC$

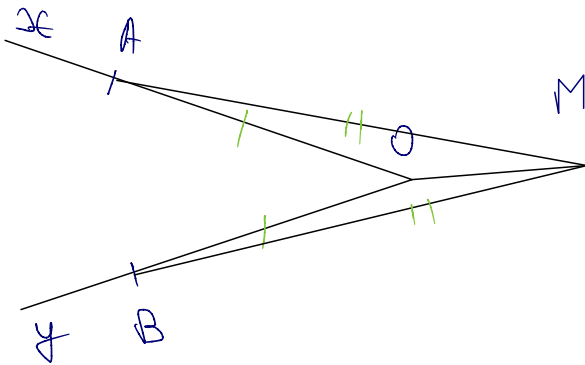
$\angle AOB = \angle COD$ (opuse la vârf)

$\left. \begin{array}{l} \text{LUL} \\ \text{LUL} \end{array} \right\} \Rightarrow$

$\Rightarrow \triangle AOB \equiv \triangle DOC$ (LUL)

b) $\triangle AOB \equiv \triangle DOC \Rightarrow \angle OAB = \angle ODC$ care au poziție de alterne interne față de dreptele AB și CD tăiate de secanta $AD \Rightarrow AB \parallel DC$

Exercițiul 5. Pe laturile Ox și Oy ale unghiului $\angle xOy$ se iau punctele A și B astfel încât $OA = OB$. În exteriorul unghiului se ia un punct M astfel încât $MA = MB$. Demonstrați că $\triangle OAM \equiv \triangle OBM$ și că semidreapta OM este bisectoarea unghiului $\angle xOy$.



$\triangle OAM \mid OA=OB$

$\triangle OBM \mid OM$ - latură comună

$AM=BM$

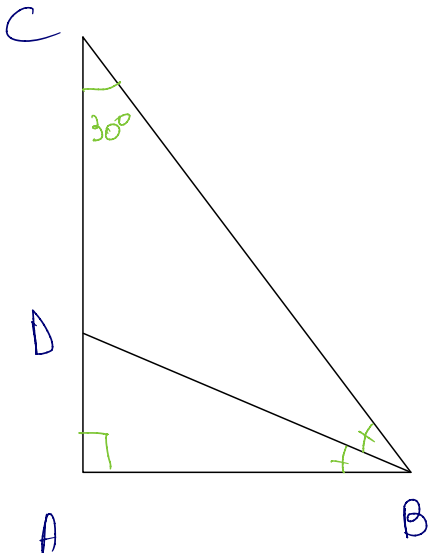
$\left. \begin{array}{l} \text{LLL} \\ \text{LLL} \end{array} \right\} \Rightarrow$

$\triangle OAM \equiv \triangle OBM$

$\triangle OAM \equiv \triangle OBM \Rightarrow \angle AOM = \angle BOM \Rightarrow OM$ bis $\angle AOB$

$\Rightarrow OM$ bis $\angle xOy$

Exercițiul 6. Fie triunghiul dreptunghic ABC ($m(\angle A) = 90^\circ$). Pe cateta AC se ia punctul D astfel încât $\angle ABD \equiv \angle CBD$ (BD este bisectoare). Dacă $m(\angle C) = 30^\circ$, demonstrați că $BD = DC$.



În $\triangle ABC$: $\angle C + \angle A + \angle B = 180^\circ$

$\Rightarrow 120^\circ + \angle B = 180^\circ \mid -120^\circ \Rightarrow \angle B = 60^\circ$

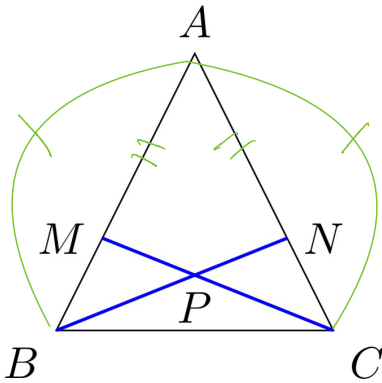
$[BD$ bis $\angle B \Rightarrow \angle ABD = \angle CBD = \frac{\angle B}{2} = \frac{60^\circ}{2} = 30^\circ$

$\left. \begin{array}{l} \angle CBD = 30^\circ \\ \angle C = 30^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow \angle CBD = \angle C \Rightarrow \triangle BDC$ isoscel $\Rightarrow BD = DC$

Exercițiul 7. Fie triunghiul isoscel ABC cu $AB = AC$. Pe laturile AB și AC se iau punctele M , respectiv N , astfel încât $AM = AN$. Segmentele BN și CM se intersectează în punctul P . Demonstrați că:

(a) $\triangle AMC \equiv \triangle ANB$.

(b) $\triangle BPM \equiv \triangle CPN$.



a) $\triangle ABC$ isoscel $\Rightarrow AB = AC$

$\triangle AMC$ | $AM = AN$

$\triangle ANB$ | $AC = AB$

$\angle A$ - unghi comun

$\left. \begin{array}{l} \text{LUL} \\ \text{LUL} \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle AMC \equiv \triangle ANB$

b) $\triangle AMC \equiv \triangle ANB \Rightarrow \angle AMC = \angle ANB$

$\hat{BMP} = 180^\circ - \hat{AMC}$

$\hat{CNP} = 180^\circ - \hat{ANB}$

$\left. \begin{array}{l} \hat{BMP} = \hat{CNP} \end{array} \right\}$

$\left. \begin{array}{l} BM = AB - AM \\ CN = AC - AN \\ AB = AC \\ AM = AN \end{array} \right\} \Rightarrow BM = CN$

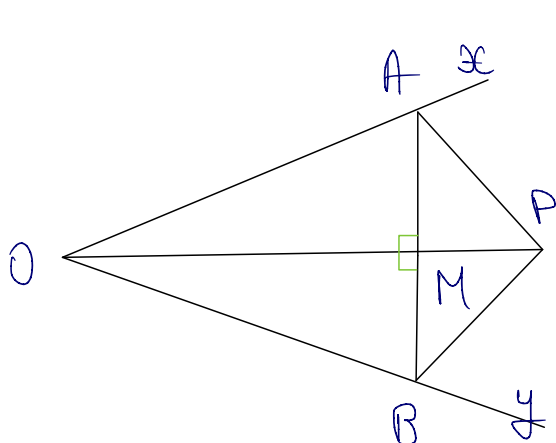
$\triangle AMC \equiv \triangle ANB \Rightarrow \angle ABN = \angle ACM \Rightarrow \angle NBP = \angle MCP$

$\left. \begin{array}{l} \triangle BPM \\ \triangle CPN \end{array} \right| \begin{array}{l} \hat{BMP} = \hat{CNP} \\ BM = CN \\ \hat{MBP} = \hat{NCP} \end{array} \left. \begin{array}{l} \text{ULU} \\ \text{ULU} \end{array} \right\} \Rightarrow \triangle BPM \equiv \triangle CPN$

Exercițiul 8. Fie unghiul ascuțit $\angle xOy$. Fie M un punct pe bisectoarea unghiului. Se construiește o dreaptă care trece prin M și este perpendiculară pe OM . Această dreaptă intersectează latura Ox în A și latura Oy în B .

(a) Demonstrați că triunghiul OAB este isoscel.

(b) Dacă P este un alt punct pe semidreapta OM (M între O și P), demonstrați că $PA = PB$.



$$a) \text{ OM bis } \hat{AOB} \Rightarrow \hat{AOM} = \hat{BOM}$$

$\hat{AMO} = 90^\circ, \hat{BMO} = 90^\circ$ fiind unghiurile formate de dreapta AB perpendiculară pe OM

$$\begin{array}{l|l} \triangle AMO & \text{OM - latură comună} \\ \triangle BMO & \hat{AOM} = \hat{BOM} \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l|l} \triangle AMO \\ \triangle BMO \end{array}} \right\} \begin{array}{l} \text{CU} \\ \text{LVL} \end{array} \Rightarrow \triangle AMO \equiv \triangle BMO$$

dreptunghice

$$\triangle AMO \equiv \triangle BMO \Rightarrow OA = OB \Rightarrow \triangle OAB \text{ isoscel}$$

$$b) \begin{array}{l|l} \triangle PAO & \text{PO latură comună} \\ \triangle PBO & \hat{AOP} = \hat{BOP} \\ & OA = OB \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l|l} \triangle PAO \\ \triangle PBO \end{array}} \right\} \begin{array}{l} \text{LVL} \\ \text{CU} \end{array} \Rightarrow \triangle PAO \equiv \triangle PBO \Rightarrow PA = PB$$