



Fișă de lucru

Lecția 6 – Mărimi invers proporționale

Clasa a 5-a – Capitolul 4 – Frații ordinare

Instrucțiuni

Rezolvă exercițiile pe caiet, arătând toți pașii. Durata recomandată: 30–40 de minute.

Exerciții

Exercițiul 1. Stabilește dacă următoarele perechi de mulțimi sunt invers proporționale:

- (a) $\{8, 10, 12\}$ și $\{30, 24, 20\}$
- (b) $\{6, 9, 15\}$ și $\{20, 40/3, 8\}$
- (c) $\{5, 4, 2\}$ și $\{60, 75, 150\}$
- (d) $\{7, 14, 28\}$ și $\{36, 18, 9\}$

Rezolvare:

Pentru mărimi invers proporționale, produsele perechilor corespondente sunt egale ($a_1b_1 = a_2b_2 = \dots$).

(a) $8 \cdot 30 = 240$, $10 \cdot 24 = 240$, $12 \cdot 20 = 240 \Rightarrow$ da, sunt invers proporționale (constantă $k = 240$).

(b) $6 \cdot 20 = 120$, $9 \cdot \frac{40}{3} = 120$, $15 \cdot 8 = 120 \Rightarrow$ da, cu $k = 120$.

(c) $5 \cdot 60 = 300$, $4 \cdot 75 = 300$, $2 \cdot 150 = 300 \Rightarrow$ da, cu $k = 300$.

(d) $7 \cdot 36 = 252$, $14 \cdot 18 = 252$, $28 \cdot 9 = 252 \Rightarrow$ da, cu $k = 252$.

Exercițiul 2. Completează cu valorile lipsă astfel încât mulțimile să fie invers proporționale:

- (a) $A = \{12, 9, x\}$ și $B = \{15, 20, 30\}$
- (b) $A = \{25, y, 5\}$ și $B = \{6, 10, 30\}$

Rezolvare:

(a) Constanta produselor: $12 \cdot 15 = 180$. Verificare: $9 \cdot 20 = 180$. Pentru al treilea: $x \cdot 30 = 180 \Rightarrow x = 6$.

(b) Constanta: $25 \cdot 6 = 150$. Pentru al doilea: $y \cdot 10 = 150 \Rightarrow y = 15$. Verificare: $5 \cdot 30 = 150$ (ok).

Exercițiul 3. Determină a și b dacă $\{a, b\}$ este invers proporțională cu $\{0,5, 0,2\}$ și $a+b = 35$.

Rezolvare:

Dacă mulțimea $\{a, b\}$ este invers proporțională cu $\{0,5, 0,2\}$, atunci produsele perechilor corespondente sunt egale:

$$a \cdot 0,5 = b \cdot 0,2.$$

Scriem cu fracții:

$$a \cdot \frac{5}{10} = b \cdot \frac{2}{10} \implies a \cdot \frac{1}{2} = b \cdot \frac{1}{5} \implies \frac{a}{2} = \frac{b}{5}.$$

Egalăm cu o constantă comună k :

$$\frac{a}{2} = \frac{b}{5} = k \implies a = 2k, \quad b = 5k.$$

Din condiția $a + b = 35$ rezultă:

$$2k + 5k = 35 \implies 7k = 35 \implies k = 5.$$

Așadar:

$$a = 2 \cdot 5 = 10, \quad b = 5 \cdot 5 = 25.$$

(verificare: $a \cdot 0,5 = 5$, $b \cdot 0,2 = 5$)

Exercițiul 4. Doi muncitori pot finaliza o lucrare în 12 zile. În câte zile vor termina lucrarea:

- (a) 3 muncitori
- (b) 4 muncitori
- (c) 6 muncitori
- (d) 8 muncitori

Rezolvare:

Muncitori $\times$ zile = constant (lucrarea e aceeași).

Cu 2 muncitori în 12 zile: $2 \cdot 12 = 24$ om-zile (constantă).

(a) 3 muncitori: $3 \cdot D = 24 \Rightarrow D = \frac{24}{3} = 8$ zile.

(b) 4 muncitori: $4 \cdot D = 24 \Rightarrow D = \frac{24}{4} = 6$ zile.

(c) 6 muncitori: $6 \cdot D = 24 \Rightarrow D = \frac{24}{6} = 4$ zile.

(d) 8 muncitori: $8 \cdot D = 24 \Rightarrow D = \frac{24}{8} = 3$ zile.

Exercițiul 5. O cisternă se golește printr-un robinet în 40 de minute. În cât timp se va goli dacă:

- (a) deschidem 2 robinete identice
- (b) deschidem 4 robinete identice
- (c) deschidem 5 robinete identice
- (d) deschidem 8 robinete identice

Rezolvare:

Robinete $\times$ timp = constant. Un robinet golește cisterna în 40 min, deci robinet-minute" = $1 \cdot 40 = 40$.

Dacă avem n robinete identice, timpul este $T_n = \frac{40}{n}$.

(a) 2 robinete: $T_2 = \frac{40}{2} = 20$ min.

(b) 4 robinete: $T_4 = \frac{40}{4} = 10$ min.

(c) 5 robinete: $T_5 = \frac{40}{5} = 8$ min.

(d) 8 robinete: $T_8 = \frac{40}{8} = 5$ min.

Exercițiul 6. Trei echipe lucrează la un șantier. Echipa A are 12 muncitori și termină lucrarea în 18 zile. Determină în câte zile ar termina aceeași lucrare:

- (a) o echipă cu 9 muncitori
- (b) o echipă cu 6 muncitori

(c) o echipă cu 24 muncitori

Rezolvare:

Muncitori $\times$ zile = constant. Echipa A: 12 muncitori, 18 zile $\Rightarrow 12 \cdot 18 = 216$ om-zile.

(a) 9 muncitori: $9 \cdot D = 216 \Rightarrow D = \frac{216}{9} = 24$ zile.

(b) 6 muncitori: $6 \cdot D = 216 \Rightarrow D = \frac{216}{6} = 36$ zile.

(c) 24 muncitori: $24 \cdot D = 216 \Rightarrow D = \frac{216}{24} = 9$ zile.

Exercițiul 7. Un drum este parcurs de o mașină cu 60 km/h în 5 ore. Cât durează parcurgerea aceluiași drum dacă viteza este:

(a) 50 km/h

(b) 80 km/h

(c) 120 km/h

Rezolvare:

Distanța este $d = 60 \cdot 5 = 300$ km (constantă). Timpul $t = \frac{d}{v}$ este invers proporțional cu viteza.

(a) $t = \frac{300}{50} = 6$ ore. (b) $t = \frac{300}{80} = 3,75$ ore = 3 h 45 min. (c) $t = \frac{300}{120} = 2,5$ ore = 2 h 30 min.

Exercițiul 8. Într-un depozit, 15 muncitori pot aranja marfa în 10 ore. Determină câți muncitori sunt necesari pentru a termina în:

(a) 15 ore

(b) 12 ore

Rezolvare:

Muncitori $\times$ ore = constant. Constantă: $15 \cdot 10 = 150$ om-ore.

(a) $n \cdot 15 = 150 \Rightarrow n = 10$ muncitori.

(b) $n \cdot 12 = 150 \Rightarrow n = 12,5$. În practică, numărul de muncitori este întreg $\Rightarrow$ sunt necesari cel puțin 13 muncitori pentru a termina în 12 ore.

Succes!