

Lecția 6 - Drepte paralele. Axioma paralelelor

Clasa a 6-a – Capitolul Geometrie

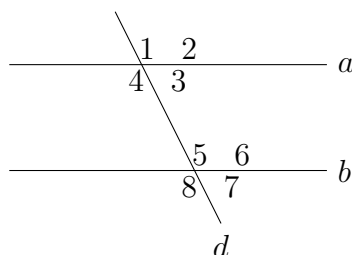
Instrucțiuni

Rezolvă exercițiile folosind criteriile de paralelism (unghiuri alterne interne/externe congruente, corespondente congruente, interne de aceeași parte suplementare) și axioma paralelelor. Durata recomandată: **50 de minute**.

Exerciții

Exercițiul 1. În figura de mai jos, dreptele a și b sunt tăiate de secanta d . Precizați denumirea perechilor de unghiuri:

- (a) $\angle 3$ și $\angle 5$;
- (b) $\angle 1$ și $\angle 5$;
- (c) $\angle 4$ și $\angle 5$.



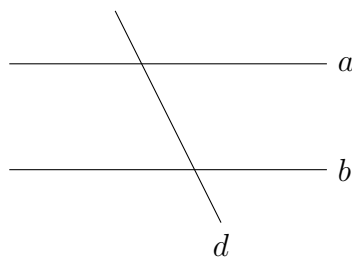
a) Unghiurile $\angle 3$ și $\angle 5$ sunt interne de aceeași parte a secantei.

b) Unghiurile $\angle 1$ și $\angle 5$ sunt corespondente, deoarece unul este la exterior, iar celălalt este în interior.

c) Unghiurile $\angle 4$ și $\angle 5$ sunt alterne interne, deoarece se află între dreptele a și b , de o parte și de alta a secantei.

Exercițiul 2. Stabiliți dacă dreptele a și b sunt paralele în fiecare caz, știind măsurile unghiurilor marcate:

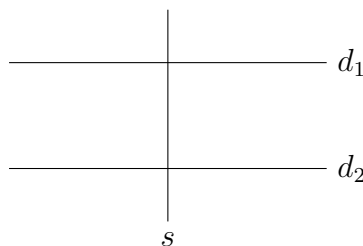
- (a) Un unghi altern intern are măsura de 60° și celălalt altern intern are 60° .
- (b) Un unghi corespondent are 120° și celălalt corespondent are 110° .



Două drepte sunt paralele dacă, tăiate de o secantă, formează unghiuri altern interne congruente sau unghiuri corespondente congruente.

- a) Unghiurile altern interne au măsurile egale cu 60° . Deoarece sunt congruente $\Rightarrow a \parallel b$
- b) Unghiurile corespondente au 120° și 110° . Nu sunt congruente $\Rightarrow a \nparallel b$

Exercițiul 3. Desenați două drepte d_1 și d_2 intersectate de o secantă s . Dacă suma a două unghiuri interne de aceeași parte a secantei este 180° , ce putem spune despre dreptele d_1 și d_2 ? Justificați.



Conform criteriului de paralelism:

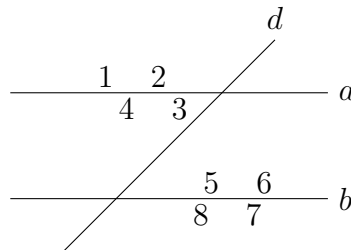
» Dacă două drepte tăiate de o secantă formează o pereche de unghiuri interne de aceeași parte a secantei suplimentare (suma lor fiind 180°), atunci dreptele sunt paralele.

Deci: $d_1 \parallel d_2$

Exercițiul 4. Se consideră figura de mai jos. Verificați dacă dreptele a și b sunt paralele, știind că:

(a) $m(\angle 1) = 135^\circ$ și $m(\angle 7) = 45^\circ$.

(b) $m(\angle 4) = 72^\circ$ și $m(\angle 6) = 72^\circ$.



a)

$$m(\angle 1) = 135^\circ \text{ (exterior)}$$

$$m(\angle 7) = 45^\circ \text{ (exterior)}$$

$\angle 1$ și $\angle 7$ sunt exterioare de aceeași parte a secantei.

$$m(\angle 1) \neq m(\angle 7) \Rightarrow a \nparallel b$$

b)

$$m(\angle 4) = 72^\circ$$

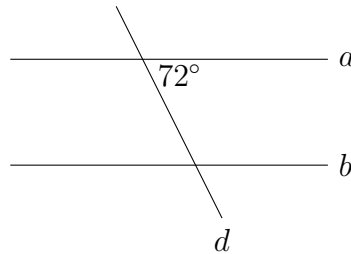
$$m(\angle 6) = 72^\circ$$

Unghiurile $\angle 4$ și $\angle 6$ sunt unghiuri alterne interne, se află între dreptele a și b , de o parte și de alta a secantei d .

$$m(\angle 4) = m(\angle 6) = 72^\circ \Rightarrow \angle 4 \equiv \angle 6$$

$$\angle 4 \equiv \angle 6 \Rightarrow a \parallel b$$

Exercițiul 5. Dreptele paralele a și b sunt intersectate de secanta d . Dacă măsura unui unghi intern este de 72° , calculați măsurile tuturor celorlalte 7 unghiuri formate.



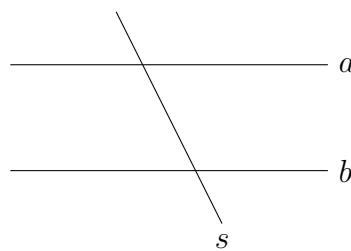
Atunci când 2 drepte paralele sunt tăiate de o secantă, se formează 8 unghiuri: 4 ascuțite (congruente între ele) și 4 obtuze (congruente între ele), cele 2 măsuri fiind suplementare.

Sunt 4 unghiuri congruente cu cel de 72° .

Unghiurile suplementare: $180^\circ - 72^\circ = 108^\circ \Rightarrow$ există 4 unghiuri de 108°

Exercițiul 6. Două drepte paralele sunt tăiate de o secantă. Două unghiuri alterne interne au măsurile exprimate prin $2x + 10^\circ$ și $3x - 20^\circ$.

- Determinați valoarea lui x .
- Aflați măsura fiecărui unghi.



a)

$a \parallel b \Rightarrow$ unghiurile alterne interne sunt congruente

$$3x - 20 = 2x + 10 \Rightarrow x = 30^\circ$$

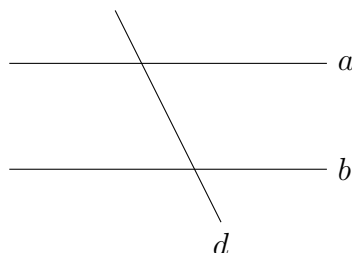
b)

$$2x + 10^\circ = 2 \cdot 30^\circ + 10^\circ = 70^\circ$$

$$3x - 20^\circ = 3 \cdot 30^\circ - 20^\circ = 70^\circ$$

Exercițiul 7. Două drepte a și b formează cu o secantă d o pereche de unghiuri alterne externe cu măsurile y° și $3y^\circ - 80^\circ$.

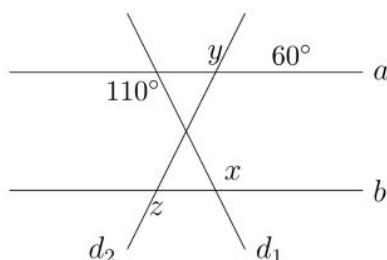
- Determinați valoarea lui y pentru care dreptele sunt paralele.
- Pentru valoarea găsită, calculați măsura unghiurilor interne de aceeași parte a secantei.



- a) Pentru ca dreptele să fie paralele, unghiurile alterne externe trebuie să fie congruente.
- $$3y - 80 = y \Rightarrow 2y = 80 \quad | :2 \Rightarrow y = 40^\circ$$

- b) Dacă $y = 40^\circ$, atunci unghiurile alterne externe au 40° .
Unghiurile interne de aceeași parte a secantei sunt: unul ascuțit (40°) și unul obtuz ($180^\circ - 40^\circ = 140^\circ$).

Exercițiul 8. În figura de mai jos, dreptele a și b sunt paralele. Ele sunt intersectate de două secante diferite, d_1 și d_2 . Folosind măsurile unghiurilor date în desen (110° și 60°), determinați măsurile unghiurilor notate cu x , y și z .



Unghiurile x și cel de 110° sunt alterne interne $\Rightarrow x = 110^\circ$

Unghiul y și cel de 60° se află pe aceeași dreaptă și au vârful comun. Ele formează un unghi alungit, deci sunt unghiuri suplimentare.

$$y + 60^\circ = 180^\circ \Rightarrow y = 120^\circ$$

x și cel de 60° sunt alterne externe $\Rightarrow z = 60^\circ$