

Fișă de lucru

Lecția 5 - Puterea cu exponent întreg a unui număr rațional

Clasa a 6-a – Capitolul 2 - Mulțimea numerelor raționale

Instrucțiuni

Aplică regulile de calcul cu puteri și rezolvă exercițiile folosind definițiile pentru exponenți pozitivi și negativi. Durata recomandată: **30–40 de minute**.

Exerciții

Exercițiul 1. Calculează:

(a) $\left(\frac{2}{3}\right)^2$

(b) $\left(-\frac{5}{4}\right)^3$

(c) $\left(\frac{3}{7}\right)^{-2}$

(d) $\left(-\frac{2}{5}\right)^{-3}$

Rezolvare:

Fapt util: Pentru $q \neq 0$, $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$.

(a) $\left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{2^2}{3^2} = \frac{4}{9}$.

(b) $\left(-\frac{5}{4}\right)^3 = \frac{(-5)^3}{4^3} = \frac{-125}{64}$.

(c) $\left(\frac{3}{7}\right)^{-2} = \left(\frac{7}{3}\right)^2 = \frac{49}{9}$.

(d) $\left(-\frac{2}{5}\right)^{-3} = \left(-\frac{5}{2}\right)^3 = \frac{(-5)^3}{2^3} = \frac{-125}{8}$.

Exercițiul 2. Scrie următoarele expresii sub formă de putere:

(a) $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2}$

(b) $\left(\frac{3}{4}\right) \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^{-1}$

(c) $\left(\frac{5}{7}\right)^4 \cdot \left(\frac{5}{7}\right)^{-2}$

Rezolvare:

(a) $\left(\frac{1}{2}\right)^3$

(b) $\left(\frac{3}{4}\right)^{1+(-1)} = \left(\frac{3}{4}\right)^0$

(c) $\left(\frac{5}{7}\right)^{4+(-2)} = \left(\frac{5}{7}\right)^2$

Exercițiul 3. Aplică regulile de calcul:

(a) $\left(\frac{2}{5}\right)^3 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^2$

(b) $\left(\frac{7}{3}\right)^6 : \left(\frac{7}{3}\right)^2$

(c) $\left[\left(\frac{4}{9}\right)^2\right]^3$

Rezolvare:

(a) $\left(\frac{2}{5}\right)^{3+2} = \left(\frac{2}{5}\right)^5 = \frac{2^5}{5^5} = \frac{32}{3125}$

(b) $\left(\frac{7}{3}\right)^{6-2} = \left(\frac{7}{3}\right)^4 = \frac{7^4}{3^4} = \frac{2401}{81}$

(c) $\left(\left(\frac{4}{9}\right)^2\right)^3 = \left(\frac{4}{9}\right)^{2 \cdot 3} = \left(\frac{4}{9}\right)^6 = \frac{4^6}{9^6} = \frac{4096}{531441}$

Exercițiul 4. Calculează și scrie rezultatul sub formă de fracție ireductibilă:

$$(a) \left(-\frac{3}{2}\right)^3$$

$$(b) \left(\frac{5}{6}\right)^{-2}$$

$$(c) \left(-\frac{1}{4}\right)^{-3}$$

Rezolvare:

$$(a) \frac{(-3)^3}{2^3} = \frac{-27}{8} \text{ (irreductibilă).}$$

$$(b) \left(\frac{6}{5}\right)^2 = \frac{36}{25} \text{ (irreductibilă).}$$

$$(c) \left(-\frac{4}{1}\right)^3 = -64 = \frac{-64}{1}.$$

Exercițiul 5. Calculează expresia:

$$E = \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{2}{5}\right)^{-1}$$

Rezolvare:

$$\frac{1}{3} - \frac{1}{2} = \frac{2-3}{6} = -\frac{1}{6} \Rightarrow \left(-\frac{1}{6}\right)^2 = \frac{1}{36}.$$

$$\left(\frac{2}{5}\right)^{-1} = \frac{5}{2}.$$

$$E = \frac{1}{36} + \frac{5}{2} = \frac{1}{36} + \frac{90}{36} = \frac{91}{36}.$$

Exercițiul 6. Completează spațiile libere:

$$\bullet \left(\frac{a}{b}\right)^0 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\bullet \left(\frac{3}{4}\right)^{-1} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$\bullet \left(\frac{2}{3}\right)^x = \left(\frac{2}{3}\right)^3 \Rightarrow x = \underline{\hspace{2cm}}$$

Rezolvare:

$$\left(\frac{a}{b}\right)^0 = 1 \text{ (pentru } a \neq 0, b \neq 0); \quad \left(\frac{3}{4}\right)^{-1} = \frac{4}{3}; \quad x = 3.$$

Exercițiul 7. Creează o expresie care include o putere cu exponent negativ și are ca rezultat 8.

Rezolvare:

$$\left(\frac{1}{2}\right)^{-3} = 8 \quad (\text{deoarece } (1/2)^{-3} = (2/1)^3 = 8).$$

Exercițiul 8. Rezolvă o problemă în care apare expresia: $\left(-\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{2}{3}\right)^{-1}$

Rezolvare:

Problemă: O reducere de preț este reprezentată printr-un factor negativ $(-1/2)$ la pătrat (efectul dublu” al unei operații inverse), iar un coeficient de conversie este dat de $(2/3)^{-1}$. Valoarea totală a ajustării este:

$$\left(-\frac{1}{2}\right)^2 + \left(\frac{2}{3}\right)^{-1} = \frac{1}{4} + \frac{3}{2} = \frac{1}{4} + \frac{6}{4} = \frac{7}{4} = 1\frac{3}{4}.$$

Interpretare: ajustarea totală echivalează cu 1,75 unități.