



Fișă de lucru

Lecția 5 - Mărimi direct proporționale

Clasa a 6-a – Capitolul 3 - Rapoarte și proporții

Instrucțiuni

Încearcă să rezolvi toate exercițiile fără ajutor. Durata recomandată:
30–40 de minute.

Exerciții

Exercițiul 1. Determinați valorile necunoscute astfel încât mulțimile să fie direct proporționale:

- (a) $A = (6, 12, x)$ și $B = (3, 6, 9)$
- (b) $A = (x, 14, 21)$ și $B = (4, 8, 12)$
- (c) $A = (3, y, 12)$ și $B = (5, 10, 20)$
- (d) $A = (x, y)$ și $B = (18, 36)$

Rezolvare:

Două mulțimi sunt direct proporționale dacă raporturile corespunzătoare sunt egale și au o constantă comună k .

(a) Scriem toate raporturile:

$$\frac{6}{3} = \frac{12}{6} = \frac{x}{9} = k.$$

Calculăm primele două: $\frac{6}{3} = 2$, $\frac{12}{6} = 2 \Rightarrow k = 2$. Atunci $\frac{x}{9} = 2 \Rightarrow x = 2 \cdot 9 = 18$.

(b) Toate raporturile egale:

$$\frac{x}{4} = \frac{14}{8} = \frac{21}{12} = k.$$

Simplificăm: $\frac{14}{8} = \frac{7}{4}$, $\frac{21}{12} = \frac{7}{4} \Rightarrow k = \frac{7}{4}$. Atunci $\frac{x}{4} = \frac{7}{4} \Rightarrow x = 7$.

(c) Toate raporturile egale:

$$\frac{3}{5} = \frac{y}{10} = \frac{12}{20} = k.$$

Simplificăm: $\frac{12}{20} = \frac{3}{5} \Rightarrow k = \frac{3}{5}$. Atunci $\frac{y}{10} = \frac{3}{5} \Rightarrow y = 10 \cdot \frac{3}{5} = 6$.

(d) Notăm $\frac{x}{18} = \frac{y}{36} = k$. Rezultă $x = 18k$ și $y = 36k$, deci legătura dintre ele este $y = 2x$ (soluții infinite, pentru orice k).

Exercițiul 2. Mulțimea (4, 11) este direct proporțională cu mulțimea (x , 33). Aflați x sub formă de fracție zecimală.

Rezolvare:

Raporturile corespunzătoare sunt egale:

$$\frac{4}{x} = \frac{11}{33} = \frac{1}{3}.$$

De aici $\frac{4}{x} = \frac{1}{3} \Rightarrow 4 \cdot 3 = x \Rightarrow x = 12,0$.

Exercițiul 3. Aflați trei numere raționale direct proporționale cu 2, 5 și 7, știind că suma lor este 84.

Rezolvare:

Luăm $2k$, $5k$, $7k$. Suma: $2k + 5k + 7k = 14k = 84 \Rightarrow k = 6$. Numerele sunt 12, 30, 42.

Exercițiul 4. Determinați numerele a și b , știind că sunt direct proporționale cu 6 și 10, iar diferența lor este 32.

Rezolvare:

Scriem $a = 6k$, $b = 10k$. Diferența: $b - a = 4k = 32 \Rightarrow k = 8$. Deci $a = 48$, $b = 80$.

Exercițiul 5. Determinați numerele a , b și c , știind că sunt direct proporționale cu 0,5, 0,25, 0,75 și că $a + b + c = 600$.

Rezolvare:

Scriem $a = 0,5k$, $b = 0,25k$, $c = 0,75k$. Suma coeficienților:
 $0,5 + 0,25 + 0,75 = 1,5$. Așadar $1,5k = 600 \Rightarrow k = 400$. Rezultă
 $a = 200$, $b = 100$, $c = 300$.

Exercițiul 6. Aflați trei numere a , b , c direct proporționale cu 4, 5, 6 știind că produsul lor este 7 680.

Rezolvare:

Scriem $a = 4k$, $b = 5k$, $c = 6k$.

Atunci produsul devine

$$abc = (4 \cdot 5 \cdot 6) k^3 = 120 k^3 = 7\,680.$$

Împărțim la 120:

$$k^3 = \frac{7\,680}{120} = 64 \Rightarrow k = 4.$$

Prin urmare

$$a = 4 \cdot 4 = 16, \quad b = 5 \cdot 4 = 20, \quad c = 6 \cdot 4 = 24.$$

Verificare:

$$16 \cdot 20 \cdot 24 = 7\,680.$$

Exercițiul 7. Două numere a și b sunt direct proporționale cu 3 și 2. Cât la sută din a reprezintă b ?

Rezolvare:

Luăm $a = 3k$, $b = 2k$. Frația din a pe care o reprezintă b este $\frac{b}{a} = \frac{2}{3}$. În

procente: $\frac{2}{3} \cdot 100\% = 66\frac{2}{3}\% \approx 66,67\%$.

Exercițiul 8. Aflați numerele naturale x , y , z care sunt direct proporționale cu 2, 3, 5, știind că $x + y + z = 100$.

Rezolvare:

Scriem $x = 2k$, $y = 3k$, $z = 5k$. Suma: $2k + 3k + 5k = 10k = 100 \Rightarrow k = 10$.
Rezultă $x = 20$, $y = 30$, $z = 50$.

Felicitări!