



Fișă de lucru

Lecția 5 - Amplificarea și simplificarea fracțiilor

Clasa a 5-a – Capitolul 4 - Frații ordinare

Instrucțiuni

Încearcă să rezolvi toate exercițiile fără ajutor. Durata recomandată: 30–40 de minute.

Exerciții

Exercițiul 1. Amplificare cu un număr dat. Amplifică fiecare fracție cu 4:

(a) $\frac{2}{5}$

(b) $\frac{7}{12}$

(c) $\frac{9}{14}$

(d) $\frac{13}{20}$

(e) $\frac{5}{18}$

(f) $\frac{11}{25}$

Rezolvare:

Amplificare: înmulțim și numărătorul, și numitorul cu același număr (aici 4).

(a) $\frac{2}{5} \cdot \frac{4}{4} = \frac{8}{20};$

(b) $\frac{7}{12} \cdot \frac{4}{4} = \frac{28}{48};$

(c) $\frac{9}{14} \cdot \frac{4}{4} = \frac{36}{56};$

$$(d) \frac{13}{20} \cdot \frac{4}{4} = \frac{52}{80};$$

$$(e) \frac{5}{18} \cdot \frac{4}{4} = \frac{20}{72};$$

$$(f) \frac{11}{25} \cdot \frac{4}{4} = \frac{44}{100}.$$

Exercițiul 2. Amplificare la un numitor cerut. Cu cât trebuie amplificată fiecare fracție pentru a obține **numitorul** 60? Scrieți și fracția obținută.

$$(a) \frac{7}{12}$$

$$(b) \frac{9}{20}$$

$$(c) \frac{11}{15}$$

$$(d) \frac{5}{6}$$

$$(e) \frac{13}{30}$$

Rezolvare:

Găsim factorul k cu care numitor $\cdot k = 60$, apoi înmulțim și numărătorul cu k .

$$(a) 12 \cdot \boxed{5} = 60 \Rightarrow \frac{7}{12} = \frac{7 \cdot 5}{12 \cdot 5} = \frac{35}{60}.$$

$$(b) 20 \cdot \boxed{3} = 60 \Rightarrow \frac{9}{20} = \frac{27}{60}.$$

$$(c) 15 \cdot \boxed{4} = 60 \Rightarrow \frac{11}{15} = \frac{44}{60}.$$

$$(d) 6 \cdot \boxed{10} = 60 \Rightarrow \frac{5}{6} = \frac{50}{60}.$$

$$(e) 30 \cdot \boxed{2} = 60 \Rightarrow \frac{13}{30} = \frac{26}{60}.$$

Exercițiul 3. Simplificare la forma ireductibilă. Simplifică până la formă ireductibilă:

$$(a) \frac{18}{30}$$

$$(b) \frac{84}{126}$$

$$(c) \frac{96}{144}$$

$$(d) \frac{75}{105}$$

$$(e) \frac{150}{210}$$

$$(f) \frac{48}{60}$$

Rezolvare:

Simplificare: împărțim numărătorul și numitorul la același divizor comun (ideal CMMDC).

$$(a) \text{ CMMDC}(18, 30) = 6 \Rightarrow \frac{18}{30} = \frac{18 : 6}{30 : 6} = \boxed{\frac{3}{5}}.$$

$$(b) \text{ CMMDC}(84, 126) = 42 \Rightarrow \frac{84}{126} = \frac{2}{3}.$$

$$(c) \text{ CMMDC}(96, 144) = 48 \Rightarrow \frac{96}{144} = \frac{2}{3}.$$

$$(d) \text{ CMMDC}(75, 105) = 15 \Rightarrow \frac{75}{105} = \frac{5}{7}.$$

$$(e) \text{ CMMDC}(150, 210) = 30 \Rightarrow \frac{150}{210} = \frac{5}{7}.$$

$$(f) \text{ CMMDC}(48, 60) = 12 \Rightarrow \frac{48}{60} = \frac{4}{5}.$$

Exercițiul 4. Completează pentru a obține fracții echivalente. Notează numărul lipsă:

$$(a) \frac{7}{9} = \frac{\square}{27}$$

$$(b) \frac{5}{12} = \frac{20}{\square}$$

$$(c) \frac{\square}{16} = \frac{3}{8}$$

$$(d) \frac{11}{\square} = \frac{33}{45}$$

$$(e) \frac{9}{14} = \frac{27}{\square}$$

Rezolvare:

Principiu: pentru a obține fracții echivalente, amplificăm (sau reducem) înmulțind atât numărătorul, cât și numitorul cu același număr.

(a) Dorim numitorul 27. De la 9 la 27 înmulțim cu 3; amplificăm și numărătorul cu 3:

$$\frac{7}{9} \cdot \frac{3}{3} = \frac{7 \cdot 3}{9 \cdot 3} = \frac{21}{27}.$$

Numărul lipsă este 21.

(b) Avem $\frac{5}{12} = \frac{20}{\square}$. De la numărătorul 5 la 20 înmulțim cu 4; pentru a păstra echivalența, înmulțim și numitorul cu 4:

$$\frac{5}{12} \cdot \frac{4}{4} = \frac{20}{12 \cdot 4} = \frac{20}{48}.$$

Numitorul lipsă este 48.

(c) Avem $\frac{\square}{16} = \frac{3}{8}$. Pentru a obține numitorul 16, amplificăm $\frac{3}{8}$ cu 2:

$$\frac{3}{8} \cdot \frac{2}{2} = \frac{3 \cdot 2}{8 \cdot 2} = \frac{6}{16}.$$

Numărătorul lipsă este 6.

(d) Avem $\frac{11}{\square} = \frac{33}{45}$. Observăm că 11 devine 33 prin înmulțire cu 3; atunci trebuie înmulțit cu 3 și numitorul necunoscut. Notăm numitorul cu n și amplificăm:

$$\frac{11}{n} \cdot \frac{3}{3} = \frac{33}{3n} = \frac{33}{45}.$$

Rezultă $3n = 45$, deci $n = 15$.

8pt

(e) Avem $\frac{9}{14} = \frac{27}{\square}$. De la 9 la 27 înmulțim cu 3; amplificăm și numitorul cu 3:

$$\frac{9}{14} \cdot \frac{3}{3} = \frac{27}{14 \cdot 3} = \frac{27}{42}.$$

Numitorul lipsă este 42.

Exercițiul 5. Determină necunoscuta. Găsește $x \in \mathbb{N}$ astfel încât egalitățile să fie adevărate:

(a) $\frac{x}{24} = \frac{5}{8}$

(b) $\frac{21}{x} = \frac{7}{5}$

(c) $\frac{x}{36} = \frac{4}{9}$

$$(d) \frac{18}{x} = \frac{3}{5}$$

Rezolvare:

Metodă: produs în cruce (egalitatea a două rapoarte).

$$(a) x \cdot 8 = 24 \cdot 5 \Rightarrow x = \frac{120}{8} = \boxed{15}.$$

$$(b) 21 \cdot 5 = 7 \cdot x \Rightarrow x = \frac{105}{7} = \boxed{15}.$$

$$(c) x \cdot 9 = 36 \cdot 4 \Rightarrow x = \frac{144}{9} = \boxed{16}.$$

$$(d) 18 \cdot 5 = 3 \cdot x \Rightarrow x = \frac{90}{3} = \boxed{30}.$$

Exercițiul 6. Determină două numere necunoscute.

$$(a) \text{ Găsește } x, y \in \mathbb{N}, \text{ cu } x + y = 85, \text{ astfel încât } \frac{x}{y} = \frac{6}{11}.$$

$$(b) \text{ Determină } x, y \in \mathbb{N} \text{ minime, astfel încât fracțiile } \frac{x}{12} \text{ și } \frac{10}{y} \text{ să fie echivalente.}$$

Rezolvare:

$$(a) \text{ Din } \frac{x}{y} = \frac{6}{11} \text{ scriem } x = 6k, y = 11k. \text{ Atunci } x + y = 17k = 85 \Rightarrow k = \boxed{5}.$$

$$\Rightarrow (x, y) = (\boxed{30}, \boxed{55}).$$

$$(b) \text{ Observăm că } \frac{10}{12} \text{ se simplifică la } \frac{5}{6}. \text{ Pentru ca } \frac{x}{12} \text{ și } \frac{10}{y} \text{ să fie egale și cu}$$

$$\text{numere cât mai mici, le facem ambele egale cu } \frac{5}{6}:$$

$$\frac{x}{12} = \frac{5}{6} \Rightarrow x = 10; \quad \frac{10}{y} = \frac{5}{6} \Rightarrow y = 12.$$

$$\Rightarrow \textbf{Soluția cu valori minime: } (\boxed{x = 10}, \boxed{y = 12}).$$

Exercițiul 7. Aplicații cu rapoarte.

$$(a) \text{ Într-o clasă sunt 36 fete și 48 băieți. Simplifică raportul fete:băieți” și fete:total”}.$$

$$(b) \text{ O rețetă cere 3 pahare de apă la 5 pahare de făină. Scrie un raport echivalent pentru 15 pahare de făină și simplifică-l.}$$

$$(c) \text{ Un plan la scară are raportul } 1 : 2500. \text{ Scrie două rapoarte echivalente, unul } \textbf{amplificat} \text{ și unul } \textbf{simplificat}, \text{ explicând factorul folosit.}$$

Rezolvare:

Principiu: un raport se scrie ca fracție și îl putem amplifica (înmulțim și numărătorul, și numitorul) sau simplifica (împărțim și numărătorul, și numitorul) cu același număr.

(a) Raportul fete : băieți” se scrie ca fracție:

$$\frac{\text{fete}}{\text{băieți}} = \frac{36}{48}.$$

Simplificăm împărțind atât numărătorul, cât și numitorul la CMMDC(36, 48) = 12:

$$\frac{36}{48} = \frac{36 : 12}{48 : 12} = \frac{3}{4}.$$

Raportul fete : total” (total = 36 + 48 = 84) ca fracție:

$$\frac{\text{fete}}{\text{total}} = \frac{36}{84}.$$

Simplificăm împărțind pe ambele părți la 12:

$$\frac{36}{84} = \frac{36 : 12}{84 : 12} = \frac{3}{7}.$$

(b) Raportul apă : făină ca fracție este

$$\frac{\text{apă}}{\text{făină}} = \frac{3}{5}.$$

Dorim 15 pahare de făină (numitor = 15). Amplificăm fracția cu factorul 3 (deoarece $5 \cdot 3 = 15$), înmulțind și sus, și jos cu 3:

$$\frac{3}{5} \cdot \frac{3}{3} = \frac{3 \cdot 3}{5 \cdot 3} = \frac{9}{15}.$$

Raportul echivalent este $\frac{9}{15}$. Putem și simplifica, împărțind la 3:

$$\frac{9}{15} = \frac{9 : 3}{15 : 3} = \frac{3}{5}.$$

(c) Raportul scării este

$$\frac{\text{pe hartă}}{\text{în realitate}} = \frac{1}{2500}.$$

Amplificare: alegem, de pildă, factorul 10 și înmulțim ambele părți cu 10:

$$\frac{1}{2500} \cdot \frac{10}{10} = \frac{10}{25000}.$$

Simplificare”: fracția $\frac{1}{2500}$ nu se poate reduce (numărătorul este 1), astfel forma simplificată rămâne

$$\frac{1}{2500}.$$

Exercițiul 8. Generalizări simple.

- (a) Arată că fracția $\frac{n+2}{4n+8}$ se poate simplifica pentru orice $n \in \mathbb{N}$ și scrie forma sa ireductibilă în funcție de n .
- (b) Spune dacă fracția $\frac{n}{n+1}$ este reductibilă sau ireductibilă pentru $n \in \mathbb{N}$, justificând pe scurt.

Rezolvare:

(a) Scoatem factorul comun din numitor: $4n+8 = 4(n+2)$.

$$\frac{n+2}{4n+8} = \frac{n+2}{4(n+2)} = \boxed{\frac{1}{4}} \text{ (pentru orice } n, \text{ deoarece } n+2 \neq 0 \text{ în } \mathbb{N}).$$

(b) Numerele n și $n+1$ sunt **consecutive**, deci nu au divizori comuni > 1 ($\text{CMMDC}(n, n+1) = 1$).

$\frac{n}{n+1}$ este **irreductibilă** pentru orice $n \in \mathbb{N}$.

Succes!