



Fișă de lucru

Lecția 3 - Mulțimi finite și infinite. Cardinalul unei mulțimi

Clasa a 6-a – Capitolul 1 - Mulțimi

Instrucțiuni

Încearcă să rezolvi toate exercițiile fără ajutor. Durata recomandată:
30–40 de minute.

Exerciții

Exercițiul 1. Scrie mulțimile divizorilor și multiplii lui 4, 6 și 9. Notează care sunt finite și care sunt infinite.

Rezolvare:

Divizorii (mulțimi finite):

$$D_4 = \{1, 2, 4\}, \quad D_6 = \{1, 2, 3, 6\}, \quad D_9 = \{1, 3, 9\}.$$

Multiplii (mulțimi infinite; considerăm $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, \dots\}$):

$$M_4 = \{0, 4, 8, 12, 16, \dots\}, \quad M_6 = \{0, 6, 12, 18, \dots\}, \quad M_9 = \{0, 9, 18, 27, \dots\}.$$

Observație: 0 este multiplu al oricărei număr.

Exercițiul 2. Fie $A = \{0, 1, 3\}$. Scrie cardinalul mulțimii A și apoi dă alte două exemple de mulțimi cu același cardinal.

Rezolvare:

$\text{card}(A) = 3$ (are trei elemente).

Exemple cu același cardinal:

$$\{2, 4, 6\} \quad \text{și} \quad \{a, b, c\}.$$

Exercițiul 3. Determină valoarea de adevăr a următoarelor propoziții:

- (a) $D_6 \subset D_{20}$
- (b) $M_4 \subset M_6$
- (c) $D_{12} = \{1, 2, 3, 4, 6, 12\}$

Rezolvare:

- (a) **Fals:** $3 \in D_6$ dar $3 \notin D_{20}$.
- (b) **Fals:** $4 \in M_4$ dar $4 \notin M_6$.
- (c) **Adevărat:** aceștia sunt toți divizorii lui 12.

Exercițiul 4. Fie $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x + 2 \in M_6\}$. Scrie elementele mulțimii A .

Rezolvare:

Multiplii lui 6 sunt $\{6, 12, 18, 24, 30, \dots\}$. Dacă $x + 2$ este dintre aceștia, scădem 2 din fiecare:

$$x \in \{4, 10, 16, 22, 28, \dots\}.$$

Deci $A = \{4, 10, 16, 22, 28, \dots\}$ ($x = 6k - 2$ pentru $k \geq 1$).

Exercițiul 5. Determină mulțimile:

- (a) $A = \{x \in \mathbb{N} \mid 2x + 3 = 15\}$
- (b) $B = \{x \in \mathbb{N} \mid 3x + 1 \in D_{125}\}$

Rezolvare:

(a) $2x + 3 = 15 \Rightarrow 2x = 12 \Rightarrow x = 6$. Deci $A = \{6\}$.

(b) $D_{125} = \{1, 5, 25, 125\}$. Rezolvăm $3x + 1$ egal cu fiecare:

$$3x + 1 = 1 \Rightarrow x = 0, \quad 3x + 1 = 5 \Rightarrow x = \frac{4}{3} \text{ (nu în } \mathbb{N}),$$

$$3x + 1 = 25 \Rightarrow x = 8, \quad 3x + 1 = 125 \Rightarrow x = \frac{124}{3} \text{ (nu în } \mathbb{N}).$$

Deci $B = \{0, 8\}$ (am folosit $\mathbb{N}$ cu 0).

Exercițiul 6. Scrie toate valorile lui $x \in \mathbb{N}$ pentru care $x + 1$ divide pe $x + 7$.

Rezolvare:

$$\begin{array}{r} x+1 \mid x+7 \\ x+1 \mid x+1 \\ \hline \text{--- minus} \\ x+1 \mid (x+7) - (x+1) \\ x+1 \mid 6 \end{array}$$

$$\Rightarrow x+1 \in D_6 \Rightarrow x+1 \in \{1, 2, 3, 6\} \quad -1 \Rightarrow x \in \{0, 1, 2, 5\}.$$

Exercițiul 7. Fie $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x < 45 \text{ și } 3 \mid x\}$. Scrie elementele și cardinalul lui A .

Rezolvare:

Elemente (multipli de 3 mai mici decât 45, cu $0 \in \mathbb{N}$):

$$A = \{0, 3, 6, 9, 12, 15, 18, 21, 24, 27, 30, 33, 36, 39, 42\}.$$

Număr de elemente: 15 (de la $3 \cdot 0$ la $3 \cdot 14$).