

Fișă de lucru

Lecția 4 - Operații cu mulțimi: reuniune, intersecție, diferență

Clasa a 6-a – Capitolul 1 - Mulțimi

Instrucțiuni

Încearcă să rezolvi toate exercițiile fără ajutor. Durata recomandată:
30–40 de minute.

Exerciții

Exercițiul 1. Fie mulțimile $A = \{1, 2, 5, 6\}$ și $B = \{2, 3, 7\}$. Calculează:

- $A \cup B$
- $A \cap B$
- $A - B$
- $B - A$

Rezolvare:

$$A \cup B = \{1, 2, 3, 5, 6, 7\}, \quad A \cap B = \{2\},$$

$$A - B = \{1, 5, 6\}, \quad B - A = \{3, 7\}.$$

Reuniunea adună toate elementele fără repetiții; intersecția reține doar pe cele comune; diferența $A - B$ păstrează din A ce nu e în B .

Exercițiul 2. Scrie două mulțimi disjuncte a căror reuniune să fie $\{1, 2, 3, 4\}$.

Rezolvare: Un exemplu este

$$X = \{1, 3\}, \quad Y = \{2, 4\},$$

avem $X \cap Y = \emptyset$ (sunt disjuncte) și $X \cup Y = \{1, 2, 3, 4\}$. Sunt multe răspunsuri corecte, de pildă $\{1\}$ și $\{2, 3, 4\}$.

Exercițiul 3. Fie $A = \{0, 1, 2\}$, $B = \{1, 3, 5\}$, $C = \{3, 5, 7\}$. Calculează:

- $B \cup C$ și $A \cup (B \cup C)$
- $(A \cup B) \cap (A \cup C)$

Rezolvare:

$$B \cup C = \{1, 3, 5, 7\}, \quad A \cup (B \cup C) = \{0, 1, 2, 3, 5, 7\}.$$

$$A \cup B = \{0, 1, 2, 3, 5\}, \quad A \cup C = \{0, 1, 2, 3, 5, 7\} \Rightarrow$$

$$(A \cup B) \cap (A \cup C) = \{0, 1, 2, 3, 5\}.$$

Observă distribuția: $(A \cup B) \cap (A \cup C) = A \cup (B \cap C)$.

Exercițiul 4. Fie $A = \{0, 3\}$, $B = \{0, 1, 2\}$, $C = \{1, 2, 5\}$. Determină:

- $B \cup C$ și $A \cap (B \cup C)$
- $A \cap B$, $A \cap C$ și $(A \cap B) \cup (A \cap C)$

Rezolvare:

$$B \cup C = \{0, 1, 2, 5\}, \quad A \cap (B \cup C) = \{0\}.$$

$$A \cap B = \{0\}, \quad A \cap C = \emptyset, \quad (A \cap B) \cup (A \cap C) = \{0\}.$$

Exercițiul 5. Fie $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x \leq 4\}$, $B = \{x \in \mathbb{N} \mid 2 \leq x \leq 3\}$, $C = \{x \in \mathbb{N} \mid 3x + 1 \leq 10\}$. Scrie elementele fiecărei mulțimi.

Rezolvare: Presupunem $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, \dots\}$.

$$A = \{0, 1, 2, 3, 4\}, \quad B = \{2, 3\}.$$

Pentru C : $3x + 1 \leq 10 \Rightarrow 3x \leq 9 \Rightarrow x \leq 3$, deci

$$C = \{0, 1, 2, 3\}.$$

Exercițiul 6. Fie $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x = 4k + 3\}$ și $B = \{y \mid y = n^2, n \in \mathbb{N}\}$. Dă un exemplu de intersecție între A și B .

Rezolvare: Primele elemente din A sunt $\{3, 7, 11, 15, 19, 23, \dots\}$, iar pătratele perfecte sunt $\{0, 1, 4, 9, 16, 25, 36, \dots\}$. Nu există număr comun, deci

$$A \cap B = \emptyset.$$

(Observație) Pătratele perfecte nu au forma $4k + 3$.

Exercițiul 7. Fie $A = \{a, b, c\}$, $B = \{a, c, d\}$, $C = \{c, d, e\}$. Calculează:

- $(A - B) \cup C$
- $(A \cup B \cup C)$
- $(A \cap B) - C$

Rezolvare:

$$A - B = \{b\} \Rightarrow (A - B) \cup C = \{b, c, d, e\}.$$

$$A \cup B \cup C = \{a, b, c, d, e\}.$$

$$A \cap B = \{a, c\} \Rightarrow (A \cap B) - C = \{a\}.$$

Exercițiul 8. Fie $A = \{x \in \mathbb{N} \mid x^2 \leq 25\}$ și $B = \{x \in \mathbb{N} \mid x^3 \leq 27\}$. Calculează:

- $A \cup B$
- $A \cap B$
- $A - B$
- $B - A$

Rezolvare:

$$A = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\} \quad (\text{deoarece } x^2 \leq 25 \Rightarrow x \leq 5),$$

$$B = \{0, 1, 2, 3\} \quad (\text{deoarece } x^3 \leq 27 \Rightarrow x \leq 3).$$

De aici:

$$A \cup B = \{0, 1, 2, 3, 4, 5\}, \quad A \cap B = \{0, 1, 2, 3\},$$

$$A - B = \{4, 5\}, \quad B - A = \emptyset.$$

Felicitări!