

Lecția 3 - Unghiuri complementare. Unghiuri suplementare

Clasa a 6-a – Capitolul Geometrie

Instrucțiuni

Rezolvă exercițiile folosind definițiile: două unghiuri sunt complementare dacă suma măsurilor lor este 90° și suplementare dacă suma este 180° .
Durata recomandată: **50 de minute**.

Exerciții

Exercițiul 1. Se dă unghiul $\angle AOB$ cu măsura de $35^\circ 40'$.

- Calculați măsura complementului unghiului $\angle AOB$.
- Calculați măsura suplementului unghiului $\angle AOB$.

Știm că:

- complementul unui unghi x este $90^\circ - x$
- suplementul unui unghi x este $180^\circ - x$

a)

$$\begin{aligned} 90^\circ - m(\angle AOB) &= \\ &= 90^\circ - 35^\circ 40' = \\ &= 89^\circ 60' - 35^\circ 40' \\ &= 54^\circ 20' \end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned} 180^\circ - m(\angle AOB) &= \\ &= 180^\circ - 35^\circ 40' = \\ &= 149^\circ 60' - 35^\circ 40' = \\ &= 114^\circ 20' \end{aligned}$$

Exercițiul 2. Verificați prin calcul dacă unghiurile următoare sunt suplementare:

(a) $\angle A = 72^\circ 15'$ și $\angle B = 107^\circ 45'$.

(b) $\angle C = 45^\circ$ și $\angle D = 125^\circ$.

Două unghiuri sunt suplementare dacă suma măsurilor lor este 180° .

a) $m(\angle A) + m(\angle B) = 72^\circ 15' + 107^\circ 45' = 179^\circ 60' = 180^\circ$

$\angle A$ și $\angle B$ sunt suplementare

b) $m(\angle C) + m(\angle D) = 45^\circ + 125^\circ = 170^\circ \neq 180^\circ$

$\angle C$ și $\angle D$ nu sunt suplementare

Exercițiul 3. Determinați valoarea de adevăr a propozițiilor (Adevărat/Fals):

(a) Dacă două unghiuri sunt complementare și congruente, atunci fiecare are măsura de 45° .

(b) Suplementul unui unghi obtuz este tot un unghi obtuz.

a)

Notăm cu x măsura lor

$$x + x = 90^\circ \Rightarrow 2x = 90^\circ \quad |:2$$

$$x = 45^\circ \quad \text{Adevărat}$$

b)

Un unghi obtuz are măsura $> 90^\circ$.

Dacă unghiul este 100° , suplementul său este $180^\circ - 100^\circ = 80^\circ$
Unghiul este ascuțit, deci propoziția este falsă.

Exercițiul 4. Determinați măsura unui unghi, știind că:

- (a) Măsura sa este de 4 ori mai mare decât măsura complementului său.
- (b) Măsura sa este cu 20° mai mică decât măsura suplementului său.

a)

$$x = 4(90 - x) \Rightarrow x = 360 - 4x \Rightarrow 5x = 360 \quad |: x$$

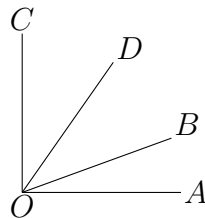
$$x = 72^\circ$$

b)

$$x = (180 - x) - 20 \Rightarrow x = 180 - x - 20 \Rightarrow x = 160 - x \quad |+ x$$

$$2x = 160 \quad |: 2 \Rightarrow x = 80^\circ$$

Exercițiul 5. În figura de mai jos, unghiurile $\angle AOB$ și $\angle BOC$ sunt adiacente complementare (suma lor este 90°). Semidreapta OD este bisectoarea unghiului $\angle BOC$. Știind că $m(\angle AOB) = 20^\circ$, calculați măsura unghiului $\angle AOD$.



$\angle AOB$ și $\angle BOC$ sunt adiacente complementare $\Rightarrow$

$$\Rightarrow \underbrace{m(\angle AOB)}_{20^\circ} + m(\angle BOC) = 90^\circ$$

$$m(\angle BOC) = 90^\circ - 20^\circ = 70^\circ$$

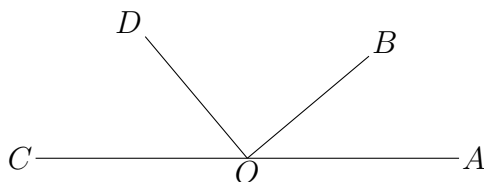
$$(OD - \text{bisectoarea } \angle BOC \Rightarrow m(\angle BOD) = \frac{m(\angle BOC)}{2} = \frac{70^\circ}{2} = 35^\circ$$

$$m(\angle AOD) = m(\angle AOB) + m(\angle BOD)$$

$$m(\angle AOD) = 20^\circ + 35^\circ$$

$$m(\angle AOD) = 55^\circ$$

Exercițiul 6. Unghiurile $\angle AOB$ și $\angle BOC$ sunt adiacente suplementare (punctele A, O, C sunt coliniare). Semidreapta OD este situată în interiorul unghiului $\angle BOC$ astfel încât $OD \perp OB$. Dacă $m(\angle AOB) = 40^\circ$, calculați măsura unghiului $\angle COD$.



$$\underbrace{m(\angle AOB) + m(\angle BOC)}_{40^\circ} = 180^\circ \Rightarrow m(\angle BOC) = 180^\circ - 40^\circ = 140^\circ$$

$$OD \perp OB \Rightarrow m(\angle DOB) = 90^\circ$$

$$(OD \in \text{Int}(\angle BOC) \Rightarrow m(\angle BOC) = m(\angle BOD) + m(\angle COD)$$

$$m(\angle COD) = m(\angle BOC) - m(\angle BOD)$$

$$m(\angle COD) = 140^\circ - 90^\circ = 50^\circ$$

Exercițiul 7. Aflați măsura unui unghi, știind că:

- Măsura sa este egală cu $\frac{2}{3}$ din măsura suplementului său.
- Triplul măsurii complementului său este cu 10° mai mare decât măsura unghiului.

a)

Fie x măsura unghiului

$$x = \frac{2}{3} (180 - x) \quad | \cdot 3$$

$$3x = 2(180 - x)$$

$$3x = 360 - 2x \quad | + 2x \Rightarrow 5x = 360 \quad | : 5 \Rightarrow x = 72^\circ$$

b)

$$3(90 - x) = x + 10$$

$$270 - 3x = x + 10 \quad | + 3x$$

$$270 = 4x + 10 \quad | - 10$$

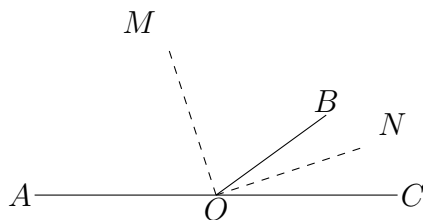
$$260 = 4x \quad | : 4$$

$$x = 65^\circ$$

Exercițiul 8. Se consideră unghiurile adiacente suplementare $\angle AOB$ și $\angle BOC$. Fie OM și ON bisectoarele unghiurilor $\angle AOB$, respectiv $\angle BOC$.

(a) Demonstrați că $OM \perp ON$.

(b) Dacă $m(\angle AOB) = 4 \cdot m(\angle BOC)$, calculați măsurile unghiurilor $\angle AOM$ și $\angle CON$.



a)

Fie $m(\angle AOB) = \alpha$ și $m(\angle BOC) = \beta$

$$\alpha + \beta = 180^\circ$$

$$(OM - \text{bisectoarea } \angle AOB \Rightarrow m(\angle MOB) = \frac{m(\angle AOB)}{2} = \frac{\alpha}{2}$$

$$(ON - \text{bisectoarea } \angle BOC \Rightarrow m(\angle BON) = \frac{m(\angle BOC)}{2} = \frac{\beta}{2}$$

$$m(\angle MON) = m(\angle MOB) + m(\angle BON) = \frac{\alpha}{2} + \frac{\beta}{2} = \frac{\alpha + \beta}{2}$$

$$m(\angle MON) = \frac{180^\circ}{2} = 90^\circ \Rightarrow OM \perp ON$$

b)

$$m(\angle BOC) = x \Rightarrow m(\angle AOB) = 4x$$

$$m(\angle BOC) + m(\angle AOB) = 180^\circ$$

$$x + 4x = 180^\circ \Rightarrow 5x = 180^\circ \mid :5 \Rightarrow x = 36^\circ$$

$$m(\angle BOC) = 36^\circ \Rightarrow m(\angle AOB) = 4 \cdot 36 = 144^\circ$$

$$m(\angle CON) = \frac{m(\angle BOC)}{2} = \frac{36^\circ}{2} = 18^\circ$$

$$m(\angle AOM) = \frac{m(\angle AOB)}{2} = \frac{144^\circ}{2} = 72^\circ$$