



Fișă de lucru

Lecția 3 - Proporții

Clasa a 6-a – Capitolul 3 - Rapoarte și proporții

Instrucțiuni

Încearcă să rezolvi toate exercițiile fără ajutor. Durata recomandată:
30–40 de minute.

Exerciții

Exercițiul 1. Completați fiecare proporție astfel încât rapoartele să fie egale:

(a) $\frac{5}{x} = \frac{10}{12}$

(b) $\frac{14}{21} = \frac{x}{3}$

(c) $\frac{x}{7} = \frac{8}{14}$

(d) $\frac{18}{x} = \frac{3}{5}$

Rezolvare:

(a) $\frac{5}{x} = \frac{10}{12} \Rightarrow 5 \cdot 12 = 10 \cdot x \Rightarrow 60 = 10x \Rightarrow x = 6.$

(b) $\frac{14}{21} = \frac{x}{3} \Rightarrow 14 \cdot 3 = 21 \cdot x \Rightarrow 42 = 21x \Rightarrow x = 2.$

(c) $\frac{x}{7} = \frac{8}{14} \Rightarrow x = 7 \cdot \frac{8}{14} = 7 \cdot \frac{4}{7} = 4.$

(d) $\frac{18}{x} = \frac{3}{5} \Rightarrow 18 \cdot 5 = 3 \cdot x \Rightarrow 90 = 3x \Rightarrow x = 30.$

Exercițiul 2. Verificați dacă următoarele rapoarte formează o proporție:

(a) $\frac{4}{6}$ și $\frac{10}{15}$

$$(b) \frac{9}{12} \text{ și } \frac{12}{16}$$

$$(c) \frac{5}{8} \text{ și } \frac{12}{18}$$

$$(d) \frac{7}{9} \text{ și } \frac{21}{27}$$

Rezolvare:

Folosim produsul mezilor egal cu produsul extremilor.

$$(a) 4 \cdot 15 = 60 \text{ și } 6 \cdot 10 = 60 \Rightarrow \textbf{formează} \text{ proporție.}$$

$$(b) 9 \cdot 16 = 144 \text{ și } 12 \cdot 12 = 144 \Rightarrow \textbf{formează} \text{ proporție.}$$

$$(c) 5 \cdot 18 = 90 \text{ și } 8 \cdot 12 = 96 \Rightarrow \textbf{nu} \text{ formează} \text{ proporție.}$$

$$(d) 7 \cdot 27 = 189 \text{ și } 9 \cdot 21 = 189 \Rightarrow \textbf{formează} \text{ proporție.}$$

Exercițiul 3. Determinați necunoscuta folosind proprietatea fundamentală a proporțiilor:

$$(a) \frac{x}{9} = \frac{4}{6}$$

$$(b) \frac{15}{x} = \frac{5}{2}$$

$$(c) \frac{7}{x} = \frac{14}{20}$$

$$(d) \frac{x}{11} = \frac{18}{33}$$

Rezolvare:

$$(a) \frac{x}{9} = \frac{4}{6} \Rightarrow 6x = 9 \cdot 4 \Rightarrow 6x = 36 \Rightarrow x = 6.$$

$$(b) \frac{15}{x} = \frac{5}{2} \Rightarrow 15 \cdot 2 = 5x \Rightarrow 30 = 5x \Rightarrow x = 6.$$

$$(c) \frac{7}{x} = \frac{14}{20} \Rightarrow 7 \cdot 20 = 14x \Rightarrow 140 = 14x \Rightarrow x = 10.$$

$$(d) \frac{x}{11} = \frac{18}{33} \Rightarrow 33x = 11 \cdot 18 \Rightarrow 33x = 198 \Rightarrow x = 6.$$

Exercițiul 4. Completați spațiile libere astfel încât fiecare expresie să devină proporție:

$$(a) \frac{6}{10} = \frac{\square}{50}$$

$$(b) \frac{18}{x} = \frac{36}{12}$$

$$(c) \frac{7}{21} = \frac{14}{\square}$$

$$(d) \frac{\square}{16} = \frac{9}{24}$$

Rezolvare:

$$(a) \frac{6}{10} = \frac{x}{50} \Rightarrow 6 \cdot 50 = 10x \Rightarrow x = 30. \quad 30$$

$$(b) \frac{18}{x} = \frac{36}{12} = 3 \Rightarrow 18 = 3x \Rightarrow x = 6.$$

$$(c) \frac{7}{21} = \frac{14}{y} \Rightarrow 7y = 21 \cdot 14 \Rightarrow y = \frac{21 \cdot 14}{7} = 42. \quad 42$$

$$(d) \frac{x}{16} = \frac{9}{24} \Rightarrow 24x = 16 \cdot 9 \Rightarrow x = \frac{144}{24} = 6.$$

Exercițiul 5. Fie proporția $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ cu $a = 9$, $b = 12$, $d = 20$. Aflați c și verificați proporția.

Rezolvare:

$$\frac{a}{b} = \frac{c}{d} \Rightarrow a \cdot d = b \cdot c \Rightarrow 9 \cdot 20 = 12 \cdot c \Rightarrow c = \frac{180}{12} = 15.$$

$$\text{Verificare: } \frac{9}{12} = \frac{3}{4} \text{ și } \frac{15}{20} = \frac{3}{4} \Rightarrow \text{proporția este corectă.}$$

Exercițiul 6. Determinați valoarea necunoscută x :

$$(a) \frac{x}{12} = \frac{15}{20}$$

$$(b) \frac{18}{x} = \frac{24}{32}$$

$$(c) \frac{3x}{5} = \frac{6}{4}$$

$$(d) \frac{x+2}{7} = \frac{10}{14}$$

Rezolvare:

$$(a) \frac{x}{12} = \frac{15}{20} = \frac{3}{4} \Rightarrow x = 12 \cdot \frac{3}{4} = 9.$$

$$(b) \frac{18}{x} = \frac{24}{32} = \frac{3}{4} \Rightarrow 18 \cdot 4 = 3x \Rightarrow 72 = 3x \Rightarrow x = 24.$$

$$(c) \frac{3x}{5} = \frac{6}{4} = \frac{3}{2} \Rightarrow 3x \cdot 2 = 5 \cdot 3 \Rightarrow 6x = 15 \Rightarrow x = \frac{5}{2}.$$

$$(d) \frac{x+2}{7} = \frac{10}{14} = \frac{5}{7} \Rightarrow x+2 = 5 \Rightarrow x = 3.$$

Exercițiul 7. Rezolvați următoarele ecuații, știind că sunt proporții:

$$(a) \frac{x-1}{2} = \frac{3}{5}$$

$$(b) \frac{2x+3}{6} = \frac{7}{9}$$

$$(c) \frac{3x-1}{4} = \frac{6}{8}$$

$$(d) \frac{x+1}{x+4} = \frac{2}{5}$$

Rezolvare:

$$(a) \frac{x-1}{2} = \frac{3}{5} \Rightarrow 5(x-1) = 6 \Rightarrow 5x-5 = 6 \Rightarrow 5x = 11 \Rightarrow x = \frac{11}{5}.$$

$$(b) \frac{2x+3}{6} = \frac{7}{9} \Rightarrow 9(2x+3) = 42 \Rightarrow 18x+27 = 42 \Rightarrow 18x = 15 \Rightarrow x = \frac{5}{6}.$$

$$(c) \frac{3x-1}{4} = \frac{6}{8} = \frac{3}{4} \Rightarrow 3x-1 = 3 \Rightarrow 3x = 4 \Rightarrow x = \frac{4}{3}.$$

$$(d) \frac{x+1}{x+4} = \frac{2}{5} \Rightarrow 5(x+1) = 2(x+4) \Rightarrow 5x+5 = 2x+8 \Rightarrow 3x = 3 \Rightarrow x = 1 \text{ (admis, } x \neq -4).$$

Exercițiul 8. Stabiliți dacă următoarele rapoarte formează proporții:

$$(a) \frac{5}{8}, \frac{10}{16}$$

$$(b) \frac{6x+2}{9x-1}, \frac{12x+4}{18x-3}$$

$$(c) \frac{4x+1}{3}, \frac{12x+3}{9}$$

(d) $\frac{3x-5}{6}, \frac{x-1}{2}$ pentru $x \in \mathbb{Q}$

Rezolvare:

(a) $5 \cdot 16 = 80$ și $8 \cdot 10 = 80 \Rightarrow$ **da**, formează proporție.

(b) Egalăm și dezvoltăm:

$$\frac{6x+2}{9x-1} = \frac{12x+4}{18x-3} \Leftrightarrow (6x+2)(18x-3) = (12x+4)(9x-1).$$

Stânga: $108x^2 + 18x - 6$; dreapta: $108x^2 + 24x - 4$.

$$108x^2 + 18x - 6 = 108x^2 + 24x - 4 \Rightarrow 6x = -2 \Rightarrow x = -\frac{1}{3}.$$

Deci formează proporție doar pentru $x = -\frac{1}{3}$ (denominatoare nenule).

(c) $\frac{12x+3}{9} = \frac{3(4x+1)}{9} = \frac{4x+1}{3} \Rightarrow$ **da**, pentru orice x .

(d) Verificăm produsul mezilor și extremilor:

$$\frac{3x-5}{6} = \frac{x-1}{2} \Rightarrow 2(3x-5) = 6(x-1) \Rightarrow 6x-10 = 6x-6,$$

fals pentru orice x . $\Rightarrow$ **nu** formează proporție pentru niciun $x \in \mathbb{Q}$.

Succes!