



Fișă de lucru

Lecția 3 - Numere prime. Numere compuse

Clasa a 5-a – Capitolul 3 - Divizibilitatea numerelor
naturale

Instrucțiuni

Încearcă să rezolvi toate exercițiile fără ajutor. Durata recomandată:
30–40 de minute.

Exerciții

Exercițiul 1. Decide dacă numerele sunt **prime** sau **compuse**. Scrie motivul pe scurt.

121, 127, 143, 157, 169, 187, 191, 221.

Rezolvare:

Amintire: Un număr prim are exact doi divizori pozitivi: 1 și el însuși. Ca să verificăm rapid, încercăm împărțiri doar la numere prime.

$121 = 11 \cdot 11 \Rightarrow$ **compus**. 127 nu se împarte la 2, 3, 5, 7, 11 $\Rightarrow$ **prim**.
 $143 = 11 \cdot 13 \Rightarrow$ **compus**. 157 nu se împarte la 2, 3, 5, 7, 11 $\Rightarrow$ **prim**.
 $169 = 13 \cdot 13 \Rightarrow$ **compus**. $187 = 11 \cdot 17 \Rightarrow$ **compus**.
 191 nu se împarte la 2, 3, 5, 7, 11, 13 $\Rightarrow$ **prim**. $221 = 13 \cdot 17 \Rightarrow$ **compus**.

Exercițiul 2. Marchează cu **P** numerele **prime** din șirul de mai jos.

31, 33, 35, 37, 39, 41, 43, 45, 47, 49, 51, 53.

Rezolvare:

Idee: Eliminăm rapid multiplii lui 2, 3, 5, 7.

$\Rightarrow$ **Primele sunt:** 31, 37, 41, 43, 47, 53.

Celelalte sunt compuse:

$33(= 3 \cdot 11)$, $35(= 5 \cdot 7)$, $39(= 3 \cdot 13)$, $45(= 5 \cdot 9)$, $49(= 7 \cdot 7)$, $51(= 3 \cdot 17)$.

Exercițiul 3. Arată că următoarele numere sunt **compuse**, indicând un **divizor propriu** pentru fiecare:

341, 391, 405, 418, 624.

Rezolvare:

$341 = 31 \cdot 11 \Rightarrow \text{compus.}$ $391 = 17 \cdot 23 \Rightarrow \text{compus.}$ $405 \text{ se termină în } 5 \Rightarrow 5 \mid 405 \text{ (de ex. } 5 \cdot 81).$

$418 \text{ este par} \Rightarrow 2 \mid 418 \text{ (} 2 \cdot 209).$ $624 \text{ este par} \Rightarrow 2 \mid 624 \text{ (} 2 \cdot 312).$

Exercițiul 4. Completează cu cifre astfel încât numărul obținut să fie **prim** (sau spune că nu există astfel de cifre).

- (a) $3a7$ (a este cifră)
- (b) $4b1$ (b este cifră)
- (c) $9c5$ (c este cifră)
- (d) $d13$ (d este cifră nenulă)

Rezolvare:

(a) Testăm $a = 0, 1, \dots, 9$. **Prime:** 307, 317, 337, 347, 367, 397. (Cele cu $a = 2, 5, 7, 8$ dau numere compuse.)

(b) Testăm $b = 0, 1, \dots, 9$. **Prime:** 401, 421, 431, 461, 491.

(c) Orice număr de trei cifre care se termină în 5 este divizibil cu 5, deci nu poate fi prim. $\Rightarrow$ **nu există**.

(d) Testăm $d = 1, \dots, 9$. **Prime:** 113, 313, 613. (Ex.: $413 = 7 \cdot 59$, $713 = 23 \cdot 31$, etc.)

Exercițiul 5. Verifică primalitatea numerelor, folosind împărțiri succesive la numere prime până când împărțitorul depășește rădăcina pătrată:

233, 247, 257.

Rezolvare:

Cheie: Verificăm doar primele.

233. Încercăm 2, 3, 5, 7, 11, 13: nu divide niciunul $\Rightarrow$ prim.

247. Încercăm 2, 3, 5, 7, 11, 13: $247 = 13 \cdot 19 \Rightarrow$ compus.

257. Încercăm 2, 3, 5, 7, 11, 13: nu divide $\Rightarrow$ prim.

Exercițiul 6. Găsește numere prime cu proprietățile date:

- (a) Două numere prime cu **suma** 82.
- (b) Două numere prime cu **diferența** 28.
- (c) Toate perechile de *prime gemene* $p, p + 2$ mai mici decât 50.

Rezolvare:

(a) Căutăm perechi $(p, 82 - p)$ ambele prime. **Toate perechile:**

$(3, 79), (11, 71), (23, 59), (29, 53), (41, 41)$.

(b) Diferența 28: *exemple*

$(3, 31), (13, 41), (19, 47), (31, 59), (43, 71), (61, 89), (73, 101), (79, 107)$ (și altele).

(c) Prime gemene sub 50: $(3, 5), (5, 7), (11, 13), (17, 19), (29, 31), (41, 43)$.

Exercițiul 7. Pentru ce valori $n \in N$ pot fi **prime** expresiile de mai jos? Argumentează.

- (a) $A = (n + 2)(n + 13)$
- (b) $B = n(n + 1)$
- (c) $C = n(n + 1) + 1$

Rezolvare:

(a) A este produsul a două numere naturale mai mari decât 1 pentru orice $n \in N$ ($n + 2 \geq 2, n + 13 \geq 13$). $\Rightarrow$ A este mereu compus (niciun n nu dă număr prim).

(b) $B = n(n + 1)$ este produsul a două numere consecutive. Pentru $n = 1$ obținem 2 (care este prim). Pentru $n = 0 \Rightarrow B = 0$ (nu e prim), pentru $n \geq 2 \Rightarrow B$ este compus (are cel puțin 2 ca divizor). $\Rightarrow$

B este prim doar pentru $n = 1$.

(c) $C = n(n + 1) + 1$. *Observație utilă:* dacă n este cu 1 mai mare decât un multiplu de 3 (adică $n = 1, 4, 7, 10, \dots$), atunci

$$n(n + 1) + 1 = (3k + 1)(3k + 2) + 1 = 9k^2 + 9k + 3 = 3(3k^2 + 3k + 1),$$

deci este multiplu de 3 (compus), cu singura excepție $n = 1 \Rightarrow C = 3$ (prim). Pentru alte valori de n , C poate fi prim (ex.: $n = 2 \Rightarrow 7, n = 3 \Rightarrow 13, n = 5 \Rightarrow 31, n = 6 \Rightarrow 43, n = 8 \Rightarrow 73$), dar nu întotdeauna (ex.: $n = 9 \Rightarrow 91$ este compus).

$\Rightarrow$

C poate fi prim pentru unele n (ex.: $1, 2, 3, 5, 6, 8, \dots$), dar dacă $n = 3k + 1 > 1$, C este compus.

Exercițiul 8. Scribe **toate numerele prime** din intervalul $[90, 120]$ și precizează **câte** sunt.

Rezolvare:

Verificăm pe rând, eliminând multiplii lui 2, 3, 5, 7.

$\Rightarrow$ ***Primele sunt:*** $97, 101, 103, 107, 109, 113$. *Sunt 6 numere prime.*

Succes!