

Fișă de lucru

Lecția 2 – Suma măsurilor unghiurilor unui triunghi

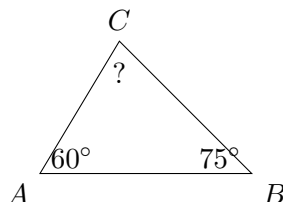
Clasa a 6-a – Capitolul 2 – Triunghiul. Congruența triunghiurilor

Instrucțiuni

Rezolvă exercițiile folosind teorema sumei măsurilor unghiurilor unui triunghi. *Reține:* Suma măsurilor unghiurilor într-un triunghi este întotdeauna 180° . Măsura unui unghi exterior este egală cu suma măsurilor celor două unghiuri interioare neadiacente cu el. Durata recomandată: **50 minute**.

Exerciții

Exercițiul 1. În triunghiul ABC , se cunosc măsurile a două unghiuri: $m(\angle A) = 60^\circ$ și $m(\angle B) = 75^\circ$. Calculați măsura unghiului C .



Exercițiul 2. Un triunghi dreptunghic are un unghi ascuțit cu măsura de 42° . Aflați măsura celuilalt unghi ascuțit.

Exercițiul 3. În triunghiul DEF , măsura unghiului exterior adiacent vârfului F este de 110° . Știind că $m(\angle D) = 60^\circ$, calculați:

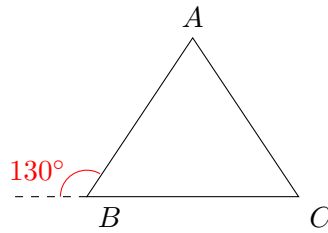
- (a) Măsura unghiului interior $\angle F$.
- (b) Măsura unghiului $\angle E$.

Exercițiul 4. Măsurile unghiurilor unui triunghi sunt direct proporționale cu numerele 2, 3 și 4. Calculați măsurile unghiurilor și precizați natura triunghiului (ascuțitunghic, dreptunghic sau obtuzunghic).

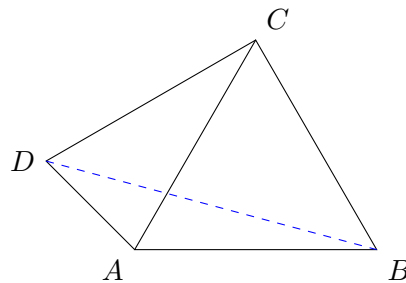
Exercițiul 5. Într-un triunghi ABC , măsura unghiului A este media aritmetică a măsurilor unghiurilor B și C . Calculați măsura unghiului A .

Exercițiul 6. Un triunghi isoscel are un unghi cu măsura de 50° . Determinați celelalte unghiuri.

Exercițiul 7. Triunghiul ABC este isoscel cu $AB = AC$. Știind că măsura unghiului exterior din vârful B este de 130° , calculați măsurile unghiurilor interioare ale triunghiului ABC .

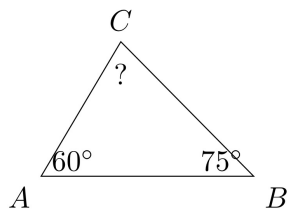


Exercițiul 8. Se consideră triunghiul echilateral ABC . Pe latura AC , în exteriorul triunghiului, se construiește triunghiul dreptunghic isoscel ADC cu $m(\angle D) = 90^\circ$ (deci $DA \perp DC$ și $DA = DC$). Calculați măsura unghiului DAB .



Succes!

Exercițiul 1. În triunghiul ABC , se cunosc măsurile a două unghiuri: $m(\angle A) = 60^\circ$ și $m(\angle B) = 75^\circ$.
Calculați măsura unghiului C .



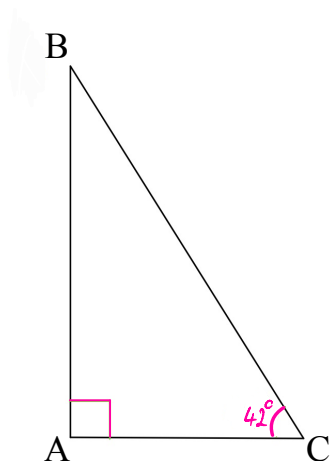
$$\triangle ABC: \angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$$

$$60^\circ + 75^\circ + \angle C = 180^\circ$$

$$135^\circ + \angle C = 180^\circ \Rightarrow \angle C = 180^\circ - 135^\circ$$

$$\angle C = 45^\circ$$

Exercițiul 2. Un triunghi dreptunghic are un unghi ascuțit cu măsura de 42° . Aflați măsura celuilalt unghi ascuțit.



$$\triangle ABC \text{ dreptunghic} \Rightarrow \angle A = 90^\circ$$

$$\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$$

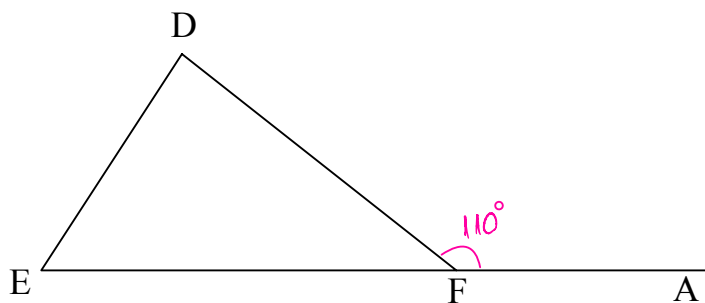
$$90^\circ + \angle B + 42^\circ = 180^\circ$$

$$132^\circ + \angle B = 180^\circ \Rightarrow \angle B = 180^\circ - 132^\circ = 48^\circ$$

Exercițiul 3. În triunghiul DEF , măsura unghiului exterior adiacent vârfului F este de 110° . Știind că $m(\angle D) = 60^\circ$, calculați:

(a) Măsura unghiului interior $\angle F$.

(b) Măsura unghiului $\angle E$.



$$\angle DFA = 110^\circ \text{ exterior } \triangle DEF$$

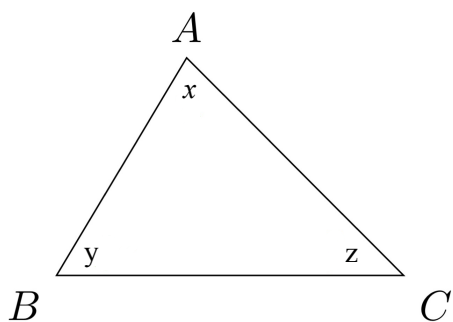
$$\Rightarrow \angle D + \angle E = 110^\circ$$

$$60^\circ + \angle E = 110^\circ \Rightarrow \angle E = 110^\circ - 60^\circ = 50^\circ$$

$$\angle F = 180^\circ - \angle DFA = 180^\circ - 110^\circ$$

$$\Rightarrow \angle F = 70^\circ$$

Exercițiul 4. Măsurile unghiurilor unui triunghi sunt direct proporționale cu numerele 2, 3 și 4. Calculați măsurile unghiurilor și precizați natura triunghiului (ascuțitunghic, dreptunghic sau obtuzunghic).



Notăm $\angle A = x$; $\angle B = y$; $\angle C = z$

$\{x, y, z\}$ d.p. $\{2, 3, 4\}$

$\Rightarrow \frac{x}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z}{4} = k$

$\Rightarrow x = 2k$

$y = 3k$

$z = 4k$

$x + y + z = 180^\circ \Rightarrow 2k + 3k + 4k = 180^\circ \Rightarrow 9k = 180^\circ \mid :9 \Rightarrow k = 20^\circ$

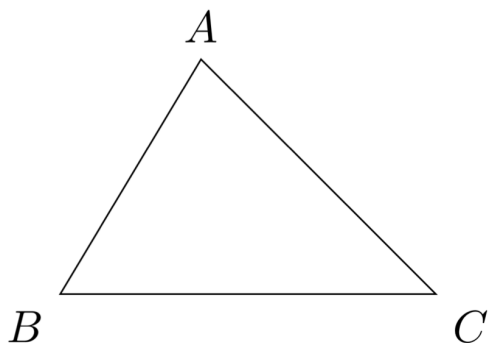
$\Rightarrow x = \angle A = 2 \cdot 20^\circ = 40^\circ$

$y = \angle B = 3 \cdot 20^\circ = 60^\circ$

$z = \angle C = 4 \cdot 20^\circ = 80^\circ$

$\left. \begin{array}{l} x = \angle A = 40^\circ \\ y = \angle B = 60^\circ \\ z = \angle C = 80^\circ \end{array} \right\} \Rightarrow \text{ascuțitunghic (toate } \angle < 90^\circ)$

Exercițiul 5. Într-un triunghi ABC , măsura unghiului A este media aritmetică a măsurilor unghiurilor B și C . Calculați măsura unghiului A .



$\angle A = \frac{\angle B + \angle C}{2}$

$\triangle ABC: \angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$

$\Rightarrow \frac{\angle B + \angle C}{2} + \angle B + \angle C = 180^\circ \mid \cdot 2$

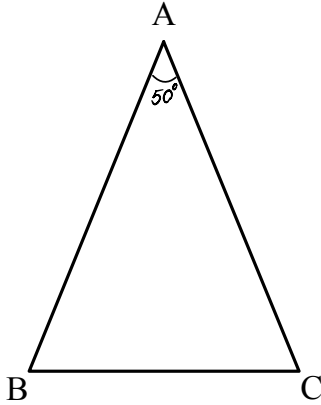
$\angle B + \angle C + 2\angle B + 2\angle C = 360^\circ$

$\Rightarrow 3\angle B + 3\angle C = 360^\circ \mid :3 \Rightarrow \angle B + \angle C = 120^\circ \Rightarrow \angle A = \frac{120^\circ}{2} = 60^\circ$

Exercițiul 6. Un triunghi isoscel are un unghi cu măsura de 50° . Determinați celelalte unghiuri.

Avem 2 cazuri: când unghiul specificat în enunț este unghiul opus bazei sau este unul dintre unghiurile congruente de la bază.

Cazul I: Unghiul opus bazei este de 50° ($m(\angle A) = 50^\circ$)

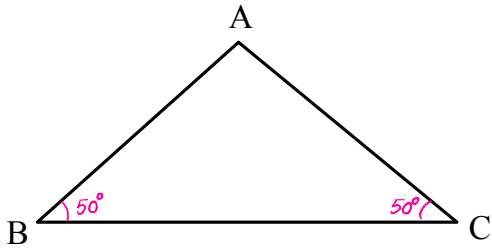


$$\triangle ABC: \angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$$

$$50^\circ + \angle B + \angle C = 180^\circ \quad | -50^\circ$$

$$\begin{aligned} \angle B + \angle C &= 130^\circ \\ \angle B &= \angle C \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} \angle B + \angle C &= 130^\circ \\ \angle B &= \angle C \end{aligned}} \right\} \Rightarrow \angle B = \angle C = \frac{130^\circ}{2} = 65^\circ$$

Cazul II Un unghi alăturat bazei este egal cu 50° ($\angle B = \angle C = 50^\circ$)



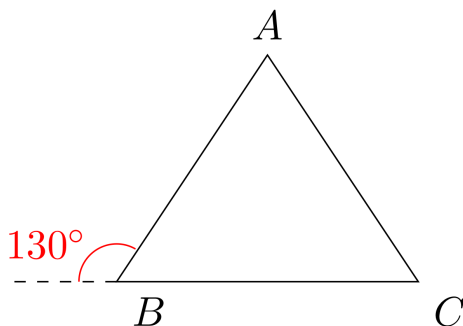
$$\triangle ABC: \angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ$$

$$\angle A + 50^\circ + 50^\circ = 180^\circ$$

$$\angle A + 100^\circ = 180^\circ \quad | -100^\circ$$

$$\angle A = 80^\circ$$

Exercițiul 7. Triunghiul ABC este isoscel cu $AB = AC$. Știind că măsura unghiului exterior din vârful B este de 130° , calculați măsurile unghiurilor interioare ale triunghiului ABC .



$$\angle ABC = 180^\circ - \angle DBA = 180^\circ - 130^\circ = 50^\circ$$

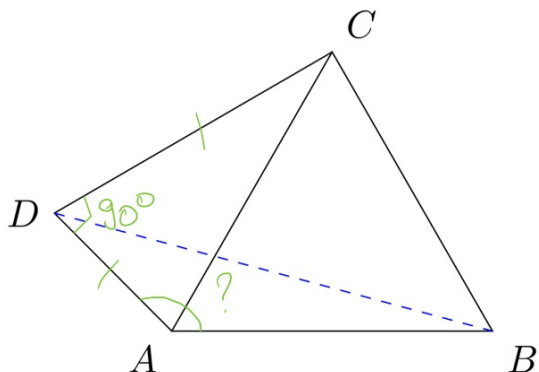
$$\triangle ABC \text{ isoscel} \Rightarrow \angle ABC = \angle ACB = 50^\circ$$

$$\angle A + \angle B + \angle C = 180^\circ \Rightarrow \angle A + 50^\circ + 50^\circ = 180^\circ$$

$$\angle A + 100^\circ = 180^\circ \quad | -100^\circ$$

$$\angle A = 80^\circ$$

Exercițiul 8. Se consideră triunghiul echilateral ABC . Pe latura AC , în exteriorul triunghiului, se construiește triunghiul dreptunghic isoscel ADC cu $m(\angle D) = 90^\circ$ (deci $DA \perp DC$ și $DA = DC$). Calculați măsura unghiului DAB .



În $\triangle ADC$: $\angle DAC = \angle DCA$ (isoscel)

$$\angle DAC + \angle DCA + \angle ADC = 180^\circ$$

$$\angle DAC + \angle DCA + 90^\circ = 180^\circ \quad | -90^\circ$$

$$\angle DAC + \angle DCA = 90^\circ$$

$$\angle DAC = \angle DCA$$

$$\left. \begin{array}{l} \angle DAC + \angle DCA = 90^\circ \\ \angle DAC = \angle DCA \end{array} \right\} \Rightarrow \angle DAC = \angle DCA = \frac{90^\circ}{2} = 45^\circ$$

$$\begin{array}{l} \triangle ABC \text{ echilateral} \Rightarrow \angle ABC = \angle ACB = \angle BAC \\ \angle ABC + \angle ACB + \angle BAC = 180^\circ \end{array} \left. \vphantom{\begin{array}{l} \triangle ABC \text{ echilateral} \\ \angle ABC + \angle ACB + \angle BAC = 180^\circ \end{array}} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \angle ABC = \angle ACB = \angle BAC = \frac{180^\circ}{3} = 60^\circ$$

$$\angle DAB = \angle DAC + \angle BAC = 45^\circ + 60^\circ = 105^\circ$$