



Fișă de lucru

Lecția 2 - Criterii de divizibilitate

Clasa a 5-a – Capitolul 3 - Divizibilitatea numerelor
naturale

Instrucțiuni

Încearcă să rezolvi toate exercițiile fără ajutor. Durata recomandată:
30–40 de minute.

Exerciții

Exercițiul 1. Pentru fiecare număr, stabilește dacă este divizibil cu **2, 5, 10** și **100** (folosește ultim(a/ele) cifră/cifre):
240, 375, 1230, 506, 1000, 7820, 455, 9201.

Rezolvare:

Reguli: $\div 2 \Rightarrow$ ultima cifră pară; $\div 5 \Rightarrow$ ultima cifră 0 sau 5; $\div 10 \Rightarrow$ ultima cifră 0; $\div 100 \Rightarrow$ ultimele două cifre sunt 00.

240: ultima cifră 0 (pară) $\Rightarrow \div 2$; se termină în 0 $\Rightarrow \div 5$ și $\div 10$; ultimele două cifre 40 $\neq 00 \Rightarrow$ nu $\div 100$.

375: ultima cifră 5 (impară) $\Rightarrow$ nu $\div 2$; 5 la final $\Rightarrow \div 5$; nu se termină în 0 $\Rightarrow$ nu $\div 10$ și nu $\div 100$ (ultimele două: 75).

1230: ultima cifră 0 $\Rightarrow \div 2, 5, 10$; ultimele două: 30 $\neq 00 \Rightarrow$ nu $\div 100$.

506: ultima cifră 6 (pară) $\Rightarrow \div 2$; nu se termină în 0 sau 5 $\Rightarrow$ nu $\div 5$ și nu $\div 10$; ultimele două: 06 $\neq 00 \Rightarrow$ nu $\div 100$.

1000: ultima cifră 0 $\Rightarrow \div 2, 5, 10$; ultimele două cifre 00 $\Rightarrow \div 100$.

7820: ultima cifră 0 $\Rightarrow \div 2, 5, 10$; ultimele două: 20 $\neq 00 \Rightarrow$ nu $\div 100$.

455: ultima cifră 5 $\Rightarrow$ nu $\div 2$, dar $\div 5$; nu se termină în 0 $\Rightarrow$ nu $\div 10$ și nu $\div 100$ (ultimele două: 55).

9201: ultima cifră 1 $\Rightarrow$ nu $\div 2, 5, 10$; ultimele două: 01 $\neq 00 \Rightarrow$ nu $\div 100$.

Exercițiul 2. Folosind **suma cifrelor**, decide pentru fiecare număr dacă este divizibil cu **3** și/sau cu **9**:
372, 154, 999, 1008, 7425, 8403.

Rezolvare:

Regulă: un număr $e \div 3$ dacă suma cifrelor $e \div 3$; $e \div 9$ dacă suma cifrelor $e \div 9$.

372 : $3 + 7 + 2 = 12 \Rightarrow \div 3$, $nu \div 9$. 154 : $1 + 5 + 4 = 10 \Rightarrow nu \div 3$, $nu \div 9$.

999 : $9 + 9 + 9 = 27 \Rightarrow \div 3$ și $\div 9$. 1008 : $1 + 0 + 0 + 8 = 9 \Rightarrow \div 3$ și $\div 9$.

7425 : $7 + 4 + 2 + 5 = 18 \Rightarrow \div 3$ și $\div 9$. 8403 : $8 + 4 + 0 + 3 = 15 \Rightarrow \div 3$, $nu \div 9$.

Exercițiul 3. Verifică divizibilitatea prin **4** și prin **8** (folosește ultimele *două* cifre pentru 4 și ultimele *trei* cifre pentru 8):

- (a) Bifează care dintre numerele 124, 318, 2032, 9352, 810, 231 sunt divizibile cu 4.
- (b) Bifează care dintre numerele 136, 640, 1024, 9312, 1540, 312 sunt divizibile cu 8.

Rezolvare:

Reguli: $\div 4 \Rightarrow$ ultimele **2** cifre formează un multiplu de 4; $\div 8 \Rightarrow$ ultimele **3** cifre formează un multiplu de 8.

(a) $124 \rightarrow 24$ (ok), $318 \rightarrow 18$ (nu), $2032 \rightarrow 32$ (ok), $9352 \rightarrow 52$ (ok), $810 \rightarrow 10$ (nu), $231 \rightarrow 31$ (nu).

$\Rightarrow$ **Divizibile cu 4:** 124, 2032, 9352.

(b) $136 \rightarrow 136$ (ok), $640 \rightarrow 640$ (ok), $1024 \rightarrow 024 = 24$ (ok, fiind $1024 = 8 \cdot 128$), $9312 \rightarrow 312$ (ok), $1540 \rightarrow 540$ (nu), $312 \rightarrow 312$ (ok).

$\Rightarrow$ **Divizibile cu 8:** 136, 640, 1024, 9312, 312.

Exercițiul 4. Determină cifrele x, y astfel încât propozițiile să fie adevărate:

- (a) $\overline{5x8}$ este divizibil cu 6;
- (b) $\overline{7y4}$ este divizibil cu 8;
- (c) $\overline{9x6}$ este divizibil cu 9;
- (d) $\overline{2xy}$ este divizibil cu 4;
- (e) $\overline{x5y}$ este divizibil cu 10.

Rezolvare:

(a) Pentru 6 trebuie $\div 2$ și $\div 3$. Ultima cifră e 8 $\Rightarrow$ condiția de 2 e îndeplinită. Suma cifrelor $5 + x + 8 = 13 + x$ trebuie să fie multiplu de 3 $\Rightarrow x \in \boxed{\{2, 5, 8\}}$.

(b) $\div 8 \Rightarrow$ ultimele trei cifre $7y4$ formează un multiplu de 8. Testând $y \in \{0, \dots, 9\}$: merg 704, 744, 784. $\Rightarrow y \in \boxed{\{0, 4, 8\}}$.

(c) $\div 9 \Rightarrow 9 + x + 6 = 15 + x$ multiplu de 9 $\Rightarrow x = \boxed{3}$.

(d) $\div 4 \Rightarrow$ ultimele două cifre xy dintre:

00, 04, 08, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, 40, 44, 48, 52, 56, 60, 64, 68, 72, 76, 80, 84, 88, 92, 96.

$\Rightarrow (x, y)$ poate fi oricare din:

$\boxed{(0, 0), (0, 4), (0, 8), (1, 2), (1, 6), (2, 0), (2, 4), (2, 8), (3, 2), (3, 6), (4, 0), (4, 4), (4, 8), (5, 2), (5, 6), (6, 0), (6, 4), (6, 8), (7, 2), (7, 6), (8, 0), (8, 4), (8, 8), (9, 2), (9, 6)}$.

(e) $\div 10 \Rightarrow$ ultima cifră $y = 0$. $\Rightarrow y = \boxed{0}$ (iar x poate fi orice cifră 1-9).

Exercițiul 5. Scrie **toate** numerele care satisfac cerința:

- (a) de forma $\overline{2a7}$ și divizibile cu 9;
- (b) de forma $\overline{62a}$ și divizibile cu 4;
- (c) de forma $\overline{3a50}$ și divizibile cu 15;
- (d) de forma $\overline{a2b}$ și divizibile cu 12.

Rezolvare:

(a) $2 + a + 7 = 9 + a$ multiplu de 9 $\Rightarrow a \in \boxed{\{0, 9\}}$. $\Rightarrow \boxed{207, 297}$.

(b) $\div 4 \Rightarrow 2a'' \in \{20, 24, 28\} \Rightarrow a \in \boxed{\{0, 4, 8\}}$. $\Rightarrow \boxed{620, 624, 628}$.

(c) $\div 15 \Rightarrow \div 3$ și $\div 5$. Se termină în 0 (ok). Pentru 3: $3 + a + 5 + 0 = 8 + a$ multiplu de 3 $\Rightarrow a \in \boxed{\{1, 4, 7\}}$. $\Rightarrow \boxed{3150, 3450, 3750}$.

(d) $\div 12 \Rightarrow \div 3$ și $\div 4$. Pentru 4: $2b \in \{20, 24, 28\} \Rightarrow b \in \{0, 4, 8\}$.

• $b = 0$: $a + 2$ multiplu de 3 $\Rightarrow a \in \{1, 4, 7\} \Rightarrow \boxed{120, 420, 720}$.

• $b = 4$: $a + 6$ multiplu de 3 $\Rightarrow a \in \{0, 3, 6, 9\}$, dar $a \neq 0$ (număr de 3 cifre) $\Rightarrow \boxed{324, 624, 924}$.

• $b = 8$: $a + 10$ multiplu de 3 $\Rightarrow a \in \{2, 5, 8\} \Rightarrow \boxed{228, 528, 828}$.

Exercițiul 6. Determină toate valorile cifrelor pentru condiții de **divizibilitate simultană**:

- (a) $\overline{4ab0}$ este multiplu de 9 și de 10;
 (b) $\overline{7ab}$ este multiplu de 6;
 (c) $\overline{a26a}$ este multiplu de 18.

Rezolvare:

(a) Multiplu de 10 $\Rightarrow$ ultima cifră 0 (ok). Pentru 9: $4 + a + b + 0 = a + b + 4$ multiplu de 9.

Posibilități: $a + b = 5$ (dă 9) sau $a + b = 14$ (dă 18).

$\Rightarrow$ **Perechi:** $a + b = 5$: (0, 5), (1, 4), (2, 3), (3, 2), (4, 1), (5, 0);

$a + b = 14$: (5, 9), (6, 8), (7, 7), (8, 6), (9, 5).

(b) Multiplu de 6 $\Rightarrow \div 2$ (ultima cifră pară) și $\div 3$ (suma cifrelor multiplu de 3).
 $b \in \{0, 2, 4, 6, 8\}$ și $7 + a + b$ multiplu de 3.

$\Rightarrow$ **Perechi valide** (a, b) :

(2, 0), (5, 0), (8, 0), (0, 2), (3, 2), (6, 2), (9, 2), (1, 4), (4, 4), (7, 4),

(2, 6), (5, 6), (8, 6), (0, 8), (3, 8), (6, 8), (9, 8).

(c) Multiplu de 18 $\Rightarrow \div 2$ și $\div 9$. Ultima cifră a trebuie să fie pară. Suma cifrelor $a + 2 + 6 + a = 2a + 8$ trebuie să fie multiplu de 9.

Pentru $a \in \{0, 2, 4, 6, 8\}$, valorile $2a + 8$ sunt 8, 12, 16, 20, 24 — niciuna multiplu de 9.

$\Rightarrow$ **Nu există** cifră a care să facă numărul multiplu de 18.

Exercițiul 7. Completări la divizibilitate.

- (a) Determină cel mai mic număr care trebuie **adunat** la 437 pentru ca rezultatul să fie divizibil cu 9.
 (b) Găsește cel mai mic $k \in \mathbb{N}$ astfel încât $420 \cdot k$ să fie multiplu de 72.
 (c) Determină **toate** cifrele x pentru care $\overline{58x2}$ este divizibil cu 4.

Rezolvare:

(a) **Teorema împărțirii cu rest:** $437 = 9 \cdot 48 + \underline{5}$. Mai trebuie $9 - 5 = \boxed{4}$ pentru a ajunge la un multiplu de 9 ($437 + 4 = 441$).

(b) Descompuneri: $420 = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 \cdot 7$, $72 = 2^3 \cdot 3^2$. Lipsesc un 2 și un 3
 $\Rightarrow k = 2 \cdot 3 = \boxed{6}$.

(c) $\div 4 \Rightarrow$ ultimele două cifre $x2$ să fie în $\{12, 32, 52, 72, 92\}$.

$\Rightarrow x \in \boxed{\{1, 3, 5, 7, 9\}}$.

Numerele: $\boxed{5812, 5832, 5852, 5872, 5892}$.

Exercițiul 8. Aplicație.

- (a) La un eveniment participă 1260 de persoane. Organizatorii doresc rânduri egale de câte 24 persoane. Se pot forma rânduri complete? Dacă nu, câte persoane trebuie adăugate sau eliminate pentru a reuși?
- (b) O firmă ambalează 1350 pixuri în cutii egale. Dacă o cutie trebuie să conțină un număr de pixuri **multiplu de 12 și multiplu de 5**, care este *cel mai mic* număr posibil de pixuri într-o cutie?

Rezolvare:

(a) Împărțim $1260 : 24$. Observăm $24 \cdot 52 = 1248$, rămân 12. Deci $1260 = 24 \cdot 52 + \underline{12}$.

Nu se pot face rânduri complete. Soluții: eliminăm 12 persoane ($1248 = 24 \cdot 52$) sau adăugăm 12 persoane ($1272 = 24 \cdot 53$).

(b) Căutăm cel mai mic număr multiplu de 12 și de 5: $[12, 5] = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 = \boxed{60}$.
Deci o cutie minimă are 60 pixuri.

Succes!