



Fișă de lucru

Lecția 12 - Ultima cifră a unui număr natural

Clasa a 5-a – Capitolul 1 - Operații cu numere naturale

Instrucțiuni

Încearcă să rezolvi toate exercițiile fără ajutor. Durata recomandată:
30–40 de minute.

Exerciții

Exercițiul 1. Determină ultima cifră a numerelor:

- (a) 7^{12}
- (b) 4^{25}
- (c) 9^{37}
- (d) 2^{50}
- (e) 8^{123}

Rezolvare:

Cicluri utile: 2, 4, 8, 6 (4 poziții); 3, 9, 7, 1 (4); 7, 9, 3, 1 (4); 8, 4, 2, 6 (4); 4, 6 (2); 9, 1 (2).

- (a) Baza 7 (ciclu de 4). $12 : 4 = 3$ rest 0 $\Rightarrow$ poziția a 4-a $\Rightarrow$ 1.
- (b) Baza 4 (ciclu de 2). $25 : 2 = 12$ rest 1 $\Rightarrow$ poziția 1 $\Rightarrow$ 4.
- (c) Baza 9 (ciclu de 2). $37 : 2 = 18$ rest 1 $\Rightarrow$ poziția 1 $\Rightarrow$ 9.
- (d) Baza 2 (ciclu de 4). $50 : 4 = 12$ rest 2 $\Rightarrow$ poziția a 2-a $\Rightarrow$ 4.
- (e) Baza 8 (ciclu de 4). $123 : 4 = 30$ rest 3 $\Rightarrow$ poziția a 3-a $\Rightarrow$ 2.

Exercițiul 2. Completează tabelul cu ultimele cifre ale primelor 8 puteri pentru fiecare bază:

- (a) Baza 3
- (b) Baza 6

Rezolvare:

(a)	$\frac{n}{\text{ultima cifră a } 3^n}$	$\begin{array}{c cccccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ \hline 3 & 9 & 7 & 1 & 3 & 9 & 7 & 1 \end{array}$
(b)	$\frac{n}{\text{ultima cifră a } 6^n}$	$\begin{array}{c cccccccc} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 \\ \hline 6 & 6 & 6 & 6 & 6 & 6 & 6 & 6 \end{array}$

Exercițiul 3. Folosind regularitatea observată, află ultima cifră a numerelor:

- (a) 3^{127}
- (b) 6^{254}
- (c) 7^{345}
- (d) 9^{888}

Rezolvare:

- (a) Baza 3 (ciclu de 4). $127 : 4 = 31$ rest $3 \Rightarrow$ poziția a 3-a $\Rightarrow \boxed{7}$.
- (b) Baza 6 (toate puterile se termină în 6) $\Rightarrow \boxed{6}$.
- (c) Baza 7 (ciclu de 4). $345 : 4 = 86$ rest $1 \Rightarrow$ poziția 1 $\Rightarrow \boxed{7}$.
- (d) Baza 9 (ciclu de 2). $888 : 2 = 444$ rest $0 \Rightarrow$ poziția a 2-a $\Rightarrow \boxed{1}$.

Exercițiul 4. Un număr de forma 5^n ($n \in \mathbb{N}$) are ultima cifră 5 pentru orice $n \geq 1$. Verifică această afirmație pentru $n = 1, 2, 3, 4$.

Rezolvare:

$5^1 = 5$; $5^2 = 25$; $5^3 = 125$; $5^4 = 625$. Toate se termină cu 5 $\Rightarrow$ afirmația este adevărată.

Exercițiul 5. Determină ultima cifră a sumei:

$$3^{15} + 4^{28} + 7^{34} + 9^{45}$$

Rezolvare:

3^{15} (ciclu 4): $15 : 4 = 3$ rest $3 \Rightarrow 7$. 4^{28} (ciclu 2): $28 : 2 = 14$ rest $0 \Rightarrow 6$.
 7^{34} (ciclu 4): $34 : 4 = 8$ rest $2 \Rightarrow 9$. 9^{45} (ciclu 2): $45 : 2 = 22$ rest $1 \Rightarrow 9$.
Ultima cifră a sumei $7 + 6 + 9 + 9 = 31$ este $\boxed{1}$.

Exercițiul 6. Determină ultima cifră a produsului:

$$2^{18} \cdot 3^{25} \cdot 7^{41}$$

Rezolvare:

2^{18} (ciclu 4): $18 : 4 = 4$ rest $2 \Rightarrow 4$. 3^{25} (ciclu 4): $25 : 4 = 6$ rest $1 \Rightarrow 3$. 7^{41} (ciclu 4): $41 : 4 = 10$ rest $1 \Rightarrow 7$.

Ultima cifră a produsului $4 \cdot 3 \cdot 7 = 84$ este $\boxed{4}$.

Exercițiul 7. Două numere naturale a și b sunt astfel încât ultima cifră a lui a^{2025} este 4, iar ultima cifră a lui b^{2025} este 9. Care este ultima cifră a produsului $a^{2025} \cdot b^{2025}$?

Rezolvare:

Pentru bază terminată în 4 (ciclu 2): $2025 : 2 = 1012$ rest $1 \Rightarrow$ ultima cifră 4.

Pentru bază terminată în 9 (ciclu 2): $2025 : 2 = 1012$ rest $1 \Rightarrow$ ultima cifră 9.

Produsul are ultima cifră a lui $4 \cdot 9 = 36 \Rightarrow \boxed{6}$.

Exercițiul 8. Determină ultima cifră a diferenței:

$$8^{2023} - 6^{2024}$$

Rezolvare:

8^{2023} (ciclu 4): $2023 : 4 = 505$ rest $3 \Rightarrow 2$. 6^{2024} se termină în 6.

Pe coloana unităților: $2 - 6$ se calculează ca $12 - 6 = 6 \Rightarrow$ ultima cifră $\boxed{6}$.

Succes!