



Rezolvare - Fișă de lucru

Lecția 10 - Rezolvarea unor inecuații în Z

Clasa a 6-a – Capitolul 1 - Mulțimi

Exerciții

Exercițiul 1. Rezolvă inecuațiile următoare în Z :

(a) $3x - 7 < 9$

(b) $x + 12 > 5$

(c) $-4x < -20$

(d) $x + 3 \leq 1$

Rezolvare:

(a)

$$3x - 7 < 9 \mid + 7$$

$$3x < 16 \mid : 3$$

$$x < \frac{16}{3}$$

$$\text{În } Z : x \leq 5$$

(b)

$$x + 12 > 5 \mid - 12$$

$$x > -7$$

$$\text{În } Z : x \geq -6$$

(c)

$$-4x < -20 \mid : (-4) \text{ (se inversează sensul)}$$

$$x > 5$$

$$\text{În } Z : x \geq 6$$

(d)

$$x + 3 \leq 1 \mid - 3$$

$$x \leq -2$$

Exercițiul 2. Găsește mulțimea soluțiilor întregi pentru:

(a)) $x \geq -4$ și $x \leq 1$

(b)) $x > 1$ și $x \leq 8$

(c)) $x \geq -1$ și $x < 3$

Rezolvare:

(a) $-4 \leq x \leq 1 \Rightarrow \{-4, -3, -2, -1, 0, 1\}$.

(b) $1 < x \leq 8 \Rightarrow \{2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$.

(c) $-1 \leq x < 3 \Rightarrow \{-1, 0, 1, 2\}$.

Exercițiul 3. Rezolvă următoarele inecuații:

(a) $2(x - 1) < 6$

(b) $3(x + 1) > -18$

(c) $1 + 4(x - 1) \leq 7$

(d) $5(2 + 3x) - 5 < 0$

Rezolvare:

(a)

$$2(x - 1) < 6 \mid : 2$$

$$x - 1 < 3 \mid + 1$$

$$x < 4$$

$$\hat{În} \ Z : \ x \leq 3$$

(b)

$$3(x + 1) > -18 \mid : 3$$

$$x + 1 > -6 \mid - 1$$

$$x > -7$$

$$\hat{În} \ Z : \ x \geq -6$$

(c)

$$1 + 4(x - 1) \leq 7$$

$$1 + 4x - 4 \leq 7$$

$$4x - 3 \leq 7 \mid + 3$$

$$4x \leq 10 \mid : 4$$

$$x \leq \frac{10}{4} = \frac{5}{2}$$

$$\hat{În} \ Z : \ x \leq 2$$

(d)

$$5(2 + 3x) - 5 < 0$$

$$10 + 15x - 5 < 0$$

$$15x + 5 < 0 \mid -5$$

$$15x < -5 \mid : 15$$

$$x < -\frac{1}{3}$$

$$\text{În } Z : x \leq -1$$

Exercițiul 4. Determină valorile întregi ale lui x pentru care:

(a) $\frac{x}{2} < 4$

(b) $x^2 < 20$

(c) $x^2 > 5$

Rezolvare:

(a)

$$\frac{x}{2} < 4 \mid \cdot 2$$

$$x < 8$$

$$\text{În } Z : x \leq 7$$

(b)

$$x^2 < 20$$

Comparăm cu pătratele: $4^2 = 16 < 20$, $5^2 = 25 > 20$

$$|x| \leq 4$$

$$x \in \{-4, -3, -2, -1, 0, 1, 2, 3, 4\}$$

(c)

$$x^2 > 5$$

Comparăm cu pătratele: $2^2 = 4 \leq 5$, $3^2 = 9 > 5$

$$|x| \geq 3$$

$$x \in \{\dots, -5, -4, -3, 3, 4, 5, \dots\}$$

Exercițiul 5. Rezolvă:

(a) $x + 3 > x - 2$

(b) $-x + 1 < 4$

(c) $-x + 3 > 5$

Rezolvare:

(a) $x + 3 > x - 2 \mid -x \Rightarrow 3 > -2$ (adevărat pentru orice x). Soluții: $x \in \mathbb{Z}$ (toate numerele întregi).

(b) $-x + 1 < 4 \Rightarrow -x < 3 \mid : (-1)$ (inversează) $\Rightarrow x > -3$. În $\mathbb{Z}$: $x \geq -2$.

(c) $-x + 3 > 5 \Rightarrow -x > 2 \mid : (-1)$ (inversează) $\Rightarrow x < -2$. În $\mathbb{Z}$: $x \leq -3$.

Exercițiul 6. Fie $M = \{x \in \mathbb{N} \mid x = 8k, k \in \mathbb{N}\}$ (cu $0 \in \mathbb{N}$). Determină:

(a) Valoarea expresiei $(x - 10) \cdot (-7)$ pentru $x \in M$ și $x = 24$

(b) Ce valori poate lua expresia $x^2 - 2x$ pentru $x \in \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}$

Rezolvare:

(a) Pentru $x = 24$: $(24 - 10) \cdot (-7) = 14 \cdot (-7) = -98$. (În general, pentru $x = 8k$: $(8k - 10)(-7) = -56k + 70$).

(b) Calculăm pe rând:

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$x^2 - 2x$	15	8	3	0	-1	0	3

Mulțimea valorilor: $\{-1, 0, 3, 8, 15\}$.

Exercițiul 7. Creează o inecuație care are ca soluții numerele întregi mai mici decât -2 .

Rezolvare:

De exemplu: $x + 2 < 0$ (echivalent cu $x < -2$). Mulțimea soluțiilor în $\mathbb{Z}$: $\{\dots, -5, -4, -3\}$.

Exercițiul 8. Creează o problemă de tip grilă (cu 4 variante) în care răspunsul corect se obține prin rezolvarea unei inecuații.

Rezolvare:

Problemă grilă: Rezolvați inecuația $3x - 5 \leq 13$. Care este cea mai mare valoare întreagă a lui x ?

A. 5

B. 6

C. 7

D. 8

Rezolvare scurtă: $3x \leq 18 \Rightarrow x \leq 6$. Cea mai mare valoare întreagă este 6.

Răspuns corect: **B**.