Rezolvare - Fișă de lucru

Lecția 10 - Puteri

Clasa a 5-a – Capitolul 4 - Fracții ordinare

Instrucțiuni

Încearcă să rezolvi toate exercițiile fără ajutor. Durata recomandată: **30–40 de minute**.

Exerciții

Exercițiul 1. Scrie folosind **puterile** (nu calcula rezultatul):

(a) $\underbrace{\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3} \cdot \frac{1}{3}}_{\text{de 4 ori}}$

(b) $\underbrace{\frac{5}{7} \cdot \frac{5}{7} \cdot \frac{5}{7}}_{\text{de 3 ori}}$

(c) $\underbrace{\frac{2}{5} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{5} \cdot \frac{2}{5}}_{\text{de 5 ori}}$

(d) $\underbrace{\frac{9}{10} \cdot \frac{9}{10}}_{\text{de 2 ori}}$

(e) $\underbrace{\frac{7}{9} \cdot \frac{7}{9} \cdot \frac{7}{9} \cdot \frac{7}{9} \cdot \frac{7}{9} \cdot \frac{7}{9}}_{\text{de 6 ori}}$

Rezolvare:

Idee: produsul aceleiași fracții repetate se scrie ca o putere, (fracție)$^{\text{de câte ori}}$.

(a) $\left(\frac{1}{3}\right)^4$ *(b)* $\left(\frac{5}{7}\right)^3$ *(c)* $\left(\frac{2}{5}\right)^5$

(d) $\left(\frac{9}{10}\right)^2$ *(e)* $\left(\frac{7}{9}\right)^6$

Exercițiul 2. Calculează (scrie rezultatul ca **fracție ireductibilă**):

(a) $\left(\frac{1}{2}\right)^3$

(b) $\left(\frac{3}{5}\right)^2$

(c) $\left(\frac{7}{10}\right)^3$

(d) $\left(\frac{4}{9}\right)^2$

(e) $\left(\frac{5}{12}\right)^2$

Rezolvare:

Regulă: $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$. *Apoi simplific, dacă se poate.*

(a) $\left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1^3}{2^3} = \frac{1}{8}$.

(b) $\left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{3^2}{5^2} = \frac{9}{25}$.

(c) $\left(\frac{7}{10}\right)^3 = \frac{7^3}{10^3} = \frac{343}{1000}$.

(d) $\left(\frac{4}{9}\right)^2 = \frac{4^2}{9^2} = \frac{16}{81}$.

(e) $\left(\frac{5}{12}\right)^2 = \frac{25}{144}$.

Exercițiul 3. Aplică **regulile de calcul cu puteri** și simplifică:

(a) $\left(\frac{2}{3}\right)^3 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^2$

(b) $\left(\frac{5}{6}\right)^7 : \left(\frac{5}{6}\right)^3$

(c) $\left(\left(\frac{3}{4}\right)^2\right)^3$

(d) $\left(\frac{2}{5}\right)^4 \cdot \left(\frac{5}{2}\right)^4$

(e) $\left(\frac{9}{10}\right)^5 : \left(\frac{3}{5}\right)^5$

Rezolvare:

Reguli: aceeași bază la înmulțire $\Rightarrow$ *adun exponenții; la împărțire* $\Rightarrow$ *scad exponenții;* $\left(\left(\frac{a}{b}\right)^m\right)^n = \left(\frac{a}{b}\right)^{mn}$.

(a) $\left(\frac{2}{3}\right)^3 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \left(\frac{2}{3}\right)^{3+2} = \left(\frac{2}{3}\right)^5 = \frac{2^5}{3^5} = \frac{32}{243}$.

(b) $\left(\frac{5}{6}\right)^7 : \left(\frac{5}{6}\right)^3 = \left(\frac{5}{6}\right)^{7-3} = \left(\frac{5}{6}\right)^4 = \frac{625}{1296}$.

(c) $\left(\left(\frac{3}{4}\right)^2\right)^3 = \left(\frac{3}{4}\right)^{2\cdot 3} = \left(\frac{3}{4}\right)^6 = \frac{729}{4096}$.

(d) $\left(\frac{2}{5}\right)^4 \cdot \left(\frac{5}{2}\right)^4 = \left(\frac{2}{5} \cdot \frac{5}{2}\right)^4 = 1^4 = 1$.

(e) $\left(\frac{9}{10}\right)^5 : \left(\frac{3}{5}\right)^5 = \left(\frac{\frac{9}{10}}{\frac{3}{5}}\right)^5 = \left(\frac{9}{10} \cdot \frac{5}{3}\right)^5 = \left(\frac{3}{2}\right)^5 = \frac{243}{32}$.

Exercițiul 4. Scrie folosind **o singură putere** (nu calcula valoarea):

(a) $\left(\frac{3}{7}\right)^2 \cdot \left(\frac{3}{7}\right)^5$

(b) $\left(\frac{4}{9}\right)^8 : \left(\frac{4}{9}\right)^3$

(c) $\left(\left(\frac{2}{3}\right)^4\right)^2$

(d) $\left(\frac{1}{5}\right)^3 \cdot \left(\frac{1}{5}\right) \cdot \left(\frac{1}{5}\right)^2$

Rezolvare:

(a) $\left(\frac{3}{7}\right)^{2+5} = \left(\frac{3}{7}\right)^7.$

(b) $\left(\frac{4}{9}\right)^{8-3} = \left(\frac{4}{9}\right)^5.$

(c) $\left(\left(\frac{2}{3}\right)^4\right)^2 = \left(\frac{2}{3}\right)^8.$

(d) $\left(\frac{1}{5}\right)^{3+1+2} = \left(\frac{1}{5}\right)^6.$

Exercițiul 5. Arată că următoarele **fracții** sunt puteri ale unei fracții simple (scrie baza și exponentul):

(a) $\frac{8}{27}$

(b) $\frac{16}{81}$

(c) $\frac{64}{729}$

(d) $\frac{1}{125}$

Rezolvare:

Descompun în puteri: $8 = 2^3$, $16 = 2^4$, $64 = 2^6$; $27 = 3^3$, $81 = 3^4$, $729 = 3^6$; $125 = 5^3$.

(a) $\frac{8}{27} = \frac{2^3}{3^3} = \left(\frac{2}{3}\right)^3.$

(b) $\frac{16}{81} = \frac{2^4}{3^4} = \left(\frac{2}{3}\right)^4.$

(c) $\frac{64}{729} = \frac{2^6}{3^6} = \left(\frac{2}{3}\right)^6.$

(d) $\frac{1}{125} = \frac{1}{5^3} = \left(\frac{1}{5}\right)^3.$

Exercițiul 6. Scrie ca **puteri cu aceeași bază**:

(a) $\dfrac{32}{243}$ și $\dfrac{16}{81}$

(b) $\dfrac{81}{625}$ și $\dfrac{9}{25}$

(c) $\dfrac{256}{625}$ și $\dfrac{64}{125}$

Rezolvare:

Caut aceleași baze scriind numărătorul și numitorul ca puteri.

(a) $32 = 2^5$, $243 = 3^5$, $16 = 2^4$, $81 = 3^4$.

$$\frac{32}{243} = \left(\frac{2}{3}\right)^5, \qquad \frac{16}{81} = \left(\frac{2}{3}\right)^4.$$

(b) $81 = 3^4$, $625 = 5^4$, $9 = 3^2$, $25 = 5^2$.

$$\frac{81}{625} = \left(\frac{3}{5}\right)^4, \qquad \frac{9}{25} = \left(\frac{3}{5}\right)^2.$$

(c) $256 = 2^8$, $625 = 5^4$, $64 = 2^6$, $125 = 5^3$.

$$\frac{256}{625} = \left(\frac{2}{5}\right)^8, \qquad \frac{64}{125} = \left(\frac{2}{5}\right)^6.$$

Exercițiul 7. Scrie ca **puteri cu același exponent** (alege un exponent comun potrivit):

(a) $\dfrac{16}{81}$ și $\dfrac{625}{1296}$

(b) $\dfrac{1}{64}$ și $\dfrac{64}{729}$

(c) $\dfrac{27}{64}$ și $\dfrac{81}{256}$

Rezolvare:

Aleg un exponent comun astfel încât fiecare fracție să fie o putere a unei fracții simple cu acel exponent.

(a) $16 = 2^4$, $81 = 3^4$, $625 = 5^4$, $1296 = 6^4$.

$$\frac{16}{81} = \left(\frac{2}{3}\right)^4, \qquad \frac{625}{1296} = \left(\frac{5}{6}\right)^4.$$

(b) $64 = 2^6$, $729 = 3^6$.

$$\frac{1}{64} = \left(\frac{1}{2}\right)^6, \qquad \frac{64}{729} = \left(\frac{2}{3}\right)^6.$$

(c) $27 = 3^3$, $64 = 4^3$ *și* $81 = 3^4$, $256 = 4^4$.

$$\frac{27}{64} = \left(\frac{3}{4}\right)^3, \qquad \frac{81}{256} = \left(\frac{3}{4}\right)^4.$$

Dacă dorim același exponent, *putem alege exponentul comun* 12*:*

$$\left(\frac{27}{64}\right)^4 = \left(\frac{3}{4}\right)^{12}, \qquad \left(\frac{81}{256}\right)^3 = \left(\frac{3}{4}\right)^{12}.$$

Exercițiul 8. Determină numărul natural x în fiecare caz:

(a) $\left(\frac{3}{5}\right)^{x+1} : \left(\frac{3}{5}\right)^2 = \left(\frac{3}{5}\right)^5$

(b) $\left(\frac{2}{3}\right)^4 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^x = \left(\frac{2}{3}\right)^{11}$

(c) $\left(\left(\frac{5}{6}\right)^2\right)^x = \left(\frac{5}{6}\right)^{12}$

(d) $\left(\frac{4}{9}\right)^x : \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \left(\frac{4}{9}\right)^3$

Rezolvare:

Egalitatea a două puteri cu aceeași bază implică egalitatea exponenților.

(a) $\left(\frac{3}{5}\right)^{x+1-2} = \left(\frac{3}{5}\right)^5$. *Rezultă* $x - 1 = 5$, *deci* $x = 6$.

(b) $\left(\frac{2}{3}\right)^{4+x} = \left(\frac{2}{3}\right)^{11}$. *Rezultă* $4 + x = 11$, *deci* $x = 7$.

(c) $\left(\left(\frac{5}{6}\right)^2\right)^x = \left(\frac{5}{6}\right)^{2x} = \left(\frac{5}{6}\right)^{12}$. *Rezultă* $2x = 12$, *deci* $x = 6$.

(d) $\left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{4}{9}$. *Atunci* $\left(\frac{4}{9}\right)^x : \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \left(\frac{4}{9}\right)^{x-1} = \left(\frac{4}{9}\right)^3$. *Rezultă* $x - 1 = 3$, *deci* $x = 4$.

Succes!