

Fișă de lucru recapitulativă

# Rapoarte – Procente – Proportii – Proportii derivate

Clasa a 6-a – Durată: 90–120 minute

## Instrucțiuni

Rezolvă toate cele 21 de exerciții. Scrie calculele necesare. Exercițiile sunt diverse și acoperă toate lecțiile din capitol.

## Exerciții

**Exercițiul 1.** Determinați raportul numerelor:

**Model:** raportul numerelor 24 și 32:  $\frac{24}{32} = \frac{3}{4}$  (după simplificare prin 8)

- (a) 5 și 15
- (b) 12 și 48
- (c) 0,8 și 4
- (d) 0,04 și 1,2

**Rezolvare:**

$$(a) \frac{5}{15} = \frac{1}{3}.$$

$$(b) \frac{12}{48} = \frac{1}{4}.$$

$$(c) \frac{0,8}{4} = \frac{8/10}{4} = \frac{8}{40} = \frac{1}{5}.$$

$$(d) \frac{0,04}{1,2} = \frac{4/100}{12/10} = \frac{4}{100} \cdot \frac{10}{12} = \frac{40}{1200} = \frac{1}{30}.$$

**Exercițiul 2.** Determinați raportul următoarelor lungimi:

**Model:** raportul 14 cm și 0,0021 hm =  $\frac{14}{21} = \frac{2}{3}$  (convertim hm în cm)

- (a) 10 cm și 25 cm
- (b) 0,003 km și 999 m
- (c) 1,44 dm și 1200 mm
- (d) 8,4 dam și 700 m

**Rezolvare:**

$$(a) \frac{10 \text{ cm}}{25 \text{ cm}} = \frac{10}{25} = \frac{2}{5}.$$

$$(b) 0,003 \text{ km} = 0,003 \cdot 1000 = 3 \text{ m}. \quad \frac{3 \text{ m}}{999 \text{ m}} = \frac{3}{999} = \frac{1}{333}.$$

$$(c) 1,44 \text{ dm} = 1,44 \cdot 100 = 144 \text{ mm}. \quad \frac{144 \text{ mm}}{1200 \text{ mm}} = \frac{144}{1200} = \frac{12}{100} = \frac{3}{25}.$$

$$(d) 8,4 \text{ dam} = 8,4 \cdot 10 = 84 \text{ m}. \quad \frac{84 \text{ m}}{700 \text{ m}} = \frac{84}{700} = \frac{12}{100} = \frac{3}{25}.$$

**Exercițiul 3.** Scrieți ca raport procentual:

**Model:**  $\frac{3}{4} = \frac{75}{100} = 75\%$

- (a)  $\frac{5}{8}$
- (b)  $\frac{9}{10}$
- (c)  $\frac{22}{200}$
- (d) 0,78

**Rezolvare:**

$$(a) \frac{5}{8} = \frac{5 \cdot 100}{8} \% = \frac{500}{8} \% = 62,5\%.$$

$$(b) \frac{9}{10} = 90\%.$$

$$(c) \frac{22}{200} = \frac{11}{100} = 11\%.$$

$$(d) 0,78 = \frac{78}{100} = 78\%.$$

**Exercițiul 4.** Calculați:

**Model:** 30% din 70 =  $\frac{30}{100} \cdot 70 = 21$

- (a) 90% din 120
- (b) 30% din 60
- (c) 80% din 10% din 15000
- (d) 24% din  $\frac{2}{3}$  din 25

**Rezolvare:**

$$(a) \frac{90}{100} \cdot 120 = \frac{9}{10} \cdot 120 = 108.$$

$$(b) \frac{30}{100} \cdot 60 = \frac{3}{10} \cdot 60 = 18.$$

$$(c) \frac{80}{100} \cdot \frac{10}{100} \cdot 15000 = \frac{800}{10000} \cdot 15000 = 0,08 \cdot 15000 = 1200.$$

$$(d) \frac{24}{100} \cdot \frac{2}{3} \cdot 25 = \frac{48 \cdot 25}{300} = \frac{1200}{300} = 4.$$

**Exercițiul 5.** Determinați un număr știind că:

**Model:** 5% din  $x$  este 4  $\Rightarrow x = \frac{4 \cdot 100}{5} = 80$

- (a)  $\frac{3}{4}$  din el este 9
- (b) 20% din el este 11
- (c) 4% din el este 7

**Rezolvare:**

$$(a) \frac{3}{4}x = 9 \Rightarrow x = 9 \cdot \frac{4}{3} = 12.$$

$$(b) \frac{20}{100}x = 11 \Rightarrow x = 11 \cdot \frac{100}{20} = 55.$$

$$(c) \frac{4}{100}x = 7 \Rightarrow x = 7 \cdot \frac{100}{4} = 175.$$

**Exercițiul 6.** Formați o proporție cu termenii:

**Model:** 2, 4, 7, 14  $\rightarrow 2 \cdot 14 = 4 \cdot 7$

- (a) 2, 1, 5, 10
- (b) 9, 2, 18, 4
- (c) 0,5, 1, 4, 2

(d) 3, 8, 12, 32

**Rezolvare:**

$$(a) \frac{2}{1} = \frac{10}{5} \text{ (produse: } 2 \cdot 5 = 1 \cdot 10 = 10).$$

$$(b) \frac{9}{2} = \frac{18}{4} \text{ (produse: } 9 \cdot 4 = 2 \cdot 18 = 36).$$

$$(c) \frac{0,5}{1} = \frac{2}{4} \text{ (produse: } 0,5 \cdot 4 = 1 \cdot 2 = 2).$$

$$(d) \frac{3}{8} = \frac{12}{32} \text{ (produse: } 3 \cdot 32 = 8 \cdot 12 = 96).$$

**Exercițiul 7.** Scrieți trei proporții derivate din:  $\frac{2}{3} = \frac{10}{15}$

**Rezolvare:**

$$\text{Inversând: } \frac{3}{2} = \frac{15}{10}.$$

$$\text{Alternând (mezilor): } \frac{2}{10} = \frac{3}{15}.$$

$$\text{Componendo: } \frac{2+3}{3} = \frac{10+15}{15} \Rightarrow \frac{5}{3} = \frac{25}{15}.$$

**Exercițiul 8.** Aflați termenul necunoscut  $x$  din proporțiile:

$$\text{Model: } \frac{6}{x} = \frac{18}{13} \Rightarrow x = \frac{6 \cdot 13}{18}$$

$$(a) \frac{6}{x} = \frac{10}{5}$$

$$(b) \frac{x}{1000} = 0,009$$

$$(c) \frac{4}{147} = \frac{3}{x}$$

$$(d) \frac{x}{2} = \frac{11}{33}$$

**Rezolvare:**

$$(a) \frac{6}{x} = 2 \Rightarrow 6 = 2x \Rightarrow x = 3.$$

$$(b) \frac{x}{1000} = 0,009 = \frac{9}{1000} \Rightarrow x = 9.$$

$$(c) \frac{4}{147} = \frac{3}{x} \Rightarrow 4x = 3 \cdot 147 \Rightarrow x = \frac{441}{4} = 110,25.$$

$$(d) \frac{x}{2} = \frac{11}{33} = \frac{1}{3} \Rightarrow x = \frac{2}{3}.$$

**Exercițiul 9.** Se știe că  $\frac{a}{b} = \frac{2}{3}$ . Folosind proporții derivate, calculați:

$$(a) \frac{a+b}{b}$$

$$(b) \frac{a-b}{a}$$

$$(c) \frac{a+2b}{a}$$

$$(d) \frac{2a-b}{b}$$

**Rezolvare:**

$$\text{Folosim } \frac{a}{b} = \frac{2}{3} \Rightarrow \frac{b}{a} = \frac{3}{2}.$$

$$(a) \frac{a+b}{b} = \frac{a}{b} + 1 = \frac{2}{3} + 1 = \frac{5}{3}.$$

$$(b) \frac{a-b}{a} = 1 - \frac{b}{a} = 1 - \frac{3}{2} = -\frac{1}{2}.$$

$$(c) \frac{a+2b}{a} = 1 + 2\frac{b}{a} = 1 + 2 \cdot \frac{3}{2} = 4.$$

$$(d) \frac{2a-b}{b} = 2\frac{a}{b} - 1 = 2 \cdot \frac{2}{3} - 1 = \frac{1}{3}.$$

**Exercițiul 10.** Se știe că  $\frac{a}{b} = \frac{5}{7}$ . Calculați:

$$(a) \frac{a+b}{a-b}$$

$$(b) \frac{2a+3b}{a+b}$$

$$(c) \frac{a-2b}{b+a}$$

$$(d) \frac{2a-b}{2a+b}$$

**Rezolvare:**

Luăm  $a = 5k$ ,  $b = 7k$ .

$$(a) \frac{a+b}{a-b} = \frac{12k}{-2k} = -6.$$

$$(b) \frac{2a+3b}{a+b} = \frac{10k+21k}{12k} = \frac{31}{12}.$$

$$(c) \frac{a-2b}{b+a} = \frac{5k-14k}{12k} = -\frac{9}{12} = -\frac{3}{4}.$$

$$(d) \frac{2a-b}{2a+b} = \frac{10k-7k}{10k+7k} = \frac{3}{17}.$$

**Exercițiul 11.** Se știe că  $\frac{a+b}{a+b} = \frac{2}{3}$ , calculați  $\frac{a}{b}$ .

**Rezolvare:**

*Observație:*  $\frac{a+b}{a+b} = 1$  (dacă  $a+b \neq 0$ ), deci egalitatea  $\frac{a+b}{a+b} = \frac{2}{3}$  este imposibilă. Presupunem că enunțul corect este  $\frac{a}{b} = \frac{2}{3}$ . Atunci răspunsul este chiar  $\frac{a}{b} = \frac{2}{3}$ .

**Exercițiul 12.** Se știe că  $\frac{a-b}{a+b} = \frac{3}{19}$ , calculați  $\frac{a}{b}$ .

**Rezolvare:**

Notăm  $r = \frac{a}{b}$ . Atunci  $\frac{a-b}{a+b} = \frac{r-1}{r+1} = \frac{3}{19}$ .

$$19(r-1) = 3(r+1) \Rightarrow 19r - 19 = 3r + 3 \Rightarrow 16r = 22 \Rightarrow r = \frac{11}{8}. \text{ Deci } \frac{a}{b} = \frac{11}{8}.$$

**Exercițiul 13.** Se știe că  $\frac{a+b}{a+b} = \frac{21}{13}$ , calculați:

$$(a) \frac{a+2b}{a}$$

$$(b) \frac{b+2a}{b}$$

**Rezolvare:**

*Observație:*  $\frac{a+b}{a+b} = 1$ , deci  $\frac{21}{13}$  este imposibil. Presupunem că enunțul corect este  $\frac{a}{b} = \frac{21}{13}$ .

Atunci  $\frac{b}{a} = \frac{13}{21}$ .

$$(a) \quad \frac{a+2b}{a} = 1 + 2\frac{b}{a} = 1 + 2 \cdot \frac{13}{21} = 1 + \frac{26}{21} = \frac{47}{21}.$$

$$(b) \quad \frac{b+2a}{b} = 1 + 2\frac{a}{b} = 1 + 2 \cdot \frac{21}{13} = \frac{55}{13}.$$

**Exercițiul 14.** Calculează prețurile:

- (a) Un stilou costă 5 lei. Află prețul după o scumpire de 10%.
- (b) Un penar costă 15 lei. Află prețul după o ieftinire de 20%.
- (c) Un telefon costă 200 lei. Află prețul după o reducere de 25%.
- (d) Un caiet costă 1,5 lei. Află prețul după o scumpire de 10%.

**Rezolvare:**

$$(a) \quad 5 + \frac{10}{100} \cdot 5 = 5 \left( 1 + \frac{10}{100} \right) = 5 \cdot \frac{110}{100} = 5,5 \text{ lei.}$$

$$(b) \quad 15 - \frac{20}{100} \cdot 15 = 15 \left( 1 - \frac{20}{100} \right) = 15 \cdot \frac{80}{100} = 12 \text{ lei.}$$

$$(c) \quad 200 - \frac{25}{100} \cdot 200 = 200 \cdot \frac{75}{100} = 150 \text{ lei.}$$

$$(d) \quad 1,5 \cdot \frac{110}{100} = 1,65 \text{ lei.}$$

**Exercițiul 15.** Află un număr știind că 10% din el + 12 = 17.

**Rezolvare:**

$$\frac{10}{100}x + 12 = 17 \Rightarrow \frac{x}{10} = 5 \Rightarrow x = 50.$$

**Exercițiul 16.** Află un număr știind că 10% din el + 20% din triplul lui = 14.

**Rezolvare:**

$$\frac{10}{100}x + \frac{20}{100} \cdot 3x = \frac{x}{10} + \frac{3x}{5} = \frac{x}{10} + \frac{6x}{10} = \frac{7x}{10} = 14 \Rightarrow x = 20.$$

**Exercițiul 17.** Află un număr știind că 25% din el + 10% din dublul său = 180.

**Rezolvare:**

$$\frac{25}{100}x + \frac{10}{100} \cdot 2x = \frac{x}{4} + \frac{x}{5} = \frac{5x + 4x}{20} = \frac{9x}{20} = 180 \Rightarrow 9x = 3600 \Rightarrow x = 400.$$