



Fișă de lucru

Recapitulare – Numere raționale și operații

Clasa a 6-a – Recapitulare finală

Instrucțiuni

Rezolvă exercițiile propuse fără să consulți notițele. Aplică tot ce ai învățat în capitolul dedicat numerelor raționale. Durata recomandată: **30–40 de minute.**

Exerciții

Exercițiul 1. Transformă în fracții ordinare:

- (a) 4,6
- (b) 0,1(3)
- (c) 3,2(5)

Rezolvare:

$$(a) 4,6 = \frac{46}{10} = \frac{23}{5}.$$

$$(b) 0,1(3) = \frac{13 - 1}{90} = \frac{12}{90} = \frac{2}{15}. \text{ (Perioada se scrie în paranteze rotunde;}$$

$$\text{formula: } \frac{\text{toate cifrele} - \text{fără perioadă}}{\underbrace{99 \dots 90 \dots 0}_{k \text{ nouă și } m \text{ zerouri}})$$

$$(c) 3,2(5) = \frac{325 - 32}{90} = \frac{293}{90}.$$

Exercițiul 2. Compară numerele:

- (a) $-\frac{4}{5}$ și $-0,8$
- (b) $2,7(3)$ și $2,73$
- (c) $-1,1(5)$ și $-1,2$

Rezolvare:

$$(a) -\frac{4}{5} = -0,8 \Rightarrow =.$$

$$(b) 2,7(3) = 2,7333\dots > 2,7300 \Rightarrow >.$$

$$(c) -1,1(5) = -1,1555\dots > -1,2000 \Rightarrow >.$$

Exercițiul 3. Determină x pentru care $|x| = 0,15$

Rezolvare:

$$|x| = 0,15 \Rightarrow x = \pm 0,15.$$

Exercițiul 4. Fie $A = \frac{5n+2}{n+2}$. Determină cel mai mic $n \in N$ pentru care $A < 1,6$

Rezolvare:

$$A < \frac{8}{5}, \text{ cu } n+2 > 0 \text{ pentru } n \in N.$$

$$\frac{5n+2}{n+2} < \frac{8}{5} \Rightarrow 5(5n+2) < 8(n+2) \Rightarrow 25n+10 < 8n+16$$

$$\Rightarrow 17n < 6 \Rightarrow n < \frac{6}{17} \Rightarrow n = 0. \text{ **Cel mai mic: } n = 0.**$$

Exercițiul 5. Calculează:

$$(a) -2,75 - 1,5$$

$$(b) 0,58(3) : 1,7(8)$$

$$(c) -\frac{2}{3} : \left(-\frac{1}{3}\right)$$

$$(d) 1 : \left(-\frac{3}{4}\right)$$

Rezolvare:

$$(a) -2,75 - 1,5 = -4,25.$$

$$(b) 0,58(3) = \frac{583-58}{900} = \frac{525}{900} = \frac{7}{12}, \quad 1,7(8) = \frac{178-17}{90} = \frac{161}{90}.$$

$$\frac{7}{12} : \frac{161}{90} = \frac{7}{12} \cdot \frac{90}{161} = \frac{630}{1932} = \frac{105}{322}.$$

$$(c) -\frac{2}{3} : \left(-\frac{1}{3}\right) = \left(-\frac{2}{3}\right) \cdot (-3) = 2.$$

$$(d) 1 : \left(-\frac{3}{4}\right) = -\frac{4}{3}.$$

Exercițiul 6. Dacă $a = -\frac{7}{10}$, $b = \frac{3}{5}$, $c = -\frac{1}{2}$, calculează:

$$(a) (a - b + c) \cdot 2$$

$$(b) a + b - c$$

$$(c) 3 \cdot (a + b - 2)$$

Rezolvare:

$$(a) a - b + c = -\frac{7}{10} - \frac{6}{10} - \frac{5}{10} = -\frac{18}{10} = -\frac{9}{5}, \quad \cdot 2 = -\frac{18}{5}.$$

$$(b) a + b - c = -\frac{7}{10} + \frac{6}{10} + \frac{1}{2} = -\frac{1}{10} + \frac{5}{10} = \frac{2}{5}.$$

$$(c) a + b - 2 = -\frac{7}{10} + \frac{6}{10} - \frac{20}{10} = -\frac{21}{10}, \quad \cdot 3 = -\frac{63}{10}.$$

Exercițiul 7. Transformă în fracții zecimale:

$$(a) \frac{27}{4}$$

$$(b) \frac{29}{11}$$

$$(c) \frac{40}{33}$$

Rezolvare:

$$(a) \frac{27}{4} = 6,75.$$

$$(b) \frac{29}{11} = 2,(63).$$

$$(c) \frac{40}{33} = 1,(21).$$

Exercițiul 8. Arată că există o infinitate de $n \in N$ pentru care fracția $\frac{n}{n+1}$ este ireductibilă.

Rezolvare:

Pentru orice $n \in \mathbb{N}$, dacă $d \mid n$ și $d \mid (n+1)$, atunci $d \mid [(n+1) - n] = 1$, deci $d = 1$.

Prin urmare $\gcd(n, n+1) = 1$ pentru orice n , deci $\frac{n}{n+1}$ este mereu ireductibilă. **Sunt infinit de multe astfel de n .**

Exercițiul 9. Determină a 2013-a zecimală a numărului $4,(7153)$

Rezolvare:

Perioada are 4 cifre: 7153.

$2013 : 4 = 503 \text{ rest } 1 \Rightarrow$ a 2013-a cifră este prima din perioadă: 7.

Exercițiul 10. Scrie partea întreagă și partea fracționară a următoarelor numere:

- (a) 0,75
- (b) -0,75
- (c) 10,753

Rezolvare:

(a) $[0,75] = 0$, $\{0,75\} = 0,75$.

(b) $[-0,75] = -1$, $\{-0,75\} = -0,75 - (-1) = 0,25$. (Folosim $\{x\} = x - [x] \in [0, 1)$)

(c) $[10,753] = 10$, $\{10,753\} = 0,753$.

Exercițiul 11. Calculează:

- (a) $13 - (12 - (11 - \dots - (2 - 1)))$

Rezolvare:

(a) Evaluăm $13 - (12 - (11 - \dots - (2 - 1)))$ de la interior spre exterior:

$$2 - 1 = 1, \quad 3 - 1 = 2, \quad 4 - 2 = 2, \quad 5 - 2 = 3, \quad 6 - 3 = 3, \quad 7 - 3 = 4,$$

$$8 - 4 = 4, \quad 9 - 4 = 5, \quad 10 - 5 = 5, \quad 11 - 5 = 6, \quad 12 - 6 = 6, \quad 13 - 6 = \boxed{7}.$$

(Rezultatul interior după 12 este 6; apoi $13 - 6 = 7$.)

Exercițiul 12. Fie $a = 2,1(357)$.

- (a) Calculează suma primelor 3 zecimale ale lui a
- (b) Calculează suma primelor 2011 zecimale ale lui a

Rezolvare:

Zecimalele lui a sunt: 1, 3, 5, 7, 3, 5, 7, ... (după primul 1, se repetă blocul 357).

(a) Primele 3 zecimale: $1 + 3 + 5 = 9$.

(b) Primele 2011 zecimale: $1 + \underbrace{(3 + 5 + 7) + \dots + (3 + 5 + 7)}_{2010 \text{ cifre} = 670 \text{ blocuri}}$

$$\Rightarrow 1 + 670 \cdot 15 = 1 + 10050 = \mathbf{10051}.$$

Succes!