



Rezolvare - Fișă de lucru

Lecția 1 - Divizibilitatea numerelor naturale

Clasa a 5-a – Capitolul 3 - Divizibilitatea numerelor naturale

Instrucțiuni

Încearcă să rezolvi toate exercițiile fără ajutor. Durata recomandată: **30–40 de minute.**

Exerciții

Exercițiul 1. Verifică dacă afirmațiile sunt adevărate (notează DA/NU” și justifică prin calcul sau definiție):

- (a) 84 se divide cu 6;
- (b) 7 divide pe 133;
- (c) 0 este divizibil cu 12;
- (d) 91 se divide cu 9;
- (e) 150 se divide cu 25;
- (f) 72 se divide cu 14;
- (g) 128 se divide cu 16;
- (h) 45 divide pe 360;
- (i) 13 divide pe 234.

Rezolvare:

- (a) **DA**, $84 = 6 \cdot 14$. (b) **DA**, $133 = 7 \cdot 19$. (c) **DA**, $0 = 12 \cdot 0$ (orice număr nenul divide pe 0).
(d) **NU**, $91 = 9 \cdot 10 + 1$ (sau suma cifrelor $9 + 1 = 10$ nu e multiplu de 9).
(e) **DA**, $150 = 25 \cdot 6$. (f) **NU**, $72 = 14 \cdot 5 + 2$. (g) **DA**, $128 = 16 \cdot 8$.
(h) **DA**, $360 = 45 \cdot 8$. (i) **DA**, $234 = 13 \cdot 18$.

Exercițiul 2. Scrie **toți divizorii** fiecărui număr:

- (a) 36
- (b) 45
- (c) 50
- (d) 72
- (e) 96

Rezolvare:

$$36 = 2^2 \cdot 3^2 \Rightarrow \text{divizori: } \{1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36\}.$$

$$45 = 3^2 \cdot 5 \Rightarrow \text{divizori: } \{1, 3, 5, 9, 15, 45\}.$$

$$50 = 2 \cdot 5^2 \Rightarrow \text{divizori: } \{1, 2, 5, 10, 25, 50\}.$$

$$72 = 2^3 \cdot 3^2 \Rightarrow \text{divizori: } \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 18, 24, 36, 72\}.$$

$$96 = 2^5 \cdot 3 \Rightarrow \text{divizori: } \{1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 16, 24, 32, 48, 96\}.$$

Exercițiul 3. Scrie **multiplii** ceruți în intervalele indicate:

- (a) multiplii lui 4, 6 și 15 cuprinși între 25 și 95 (inclusiv capetele dacă este cazul);
- (b) multiplii lui 7 și ai lui 9, mai mari decât 35 și mai mici decât 120.

Rezolvare (multipli *comuni*, calculați prin CMMMC în paranteze drepte):

(a) Descompuneri: $4 = 2^2$, $6 = 2 \cdot 3$, $15 = 3 \cdot 5$.

$$\text{CMMMC } [4, 6, 15] = 2^2 \cdot 3 \cdot 5 = 60.$$

$$\text{Multipli comuni în } [25, 95]: \boxed{60}.$$

(b) Descompuneri: $7 = 7$, $9 = 3^2$. $\text{CMMMC } [7, 9] = 7 \cdot 3^2 = 63$.

$$\text{Multipli comuni în intervalul } (35, 120): \boxed{63}.$$

Exercițiul 4. Determină **divizorii comuni** și precizează **cel mai mare divizor comun (CMMDC)**:

- (a) pentru 84 și 126;
- (b) pentru 96 și 150.

Rezolvare:

(a) $84 = 2^2 \cdot 3 \cdot 7$, $126 = 2 \cdot 3^2 \cdot 7$.

$$\text{Divizori comuni} = \text{divizorii lui } 2^1 \cdot 3^1 \cdot 7^1 = 42: \{1, 2, 3, 6, 7, 14, 21, 42\}.$$

$$\text{CMMDC } (84, 126) = \boxed{42}.$$

(b) $96 = 2^5 \cdot 3$, $150 = 2 \cdot 3 \cdot 5^2$.

$$\text{Divizori comuni} = \text{divizorii lui } 2^1 \cdot 3^1 = 6: \{1, 2, 3, 6\}.$$

$$\text{CMMDC } (96, 150) = \boxed{6}.$$

Exercițiul 5. Determină **multiplii comuni** și precizează **cel mai mic multiplu comun (CMMC)**:

- (a) pentru 8 și 12, multiplii comuni **mai mici decât** 150;
- (b) pentru 9 și 14, multiplii comuni **mai mici decât** 200.

Rezolvare (prin CMMC în paranteze drepte):

- (a) $8 = 2^3$, $12 = 2^2 \cdot 3 \Rightarrow [8, 12] = 2^3 \cdot 3 = 24$.
Multipli comuni < 150 : $\boxed{24, 48, 72, 96, 120, 144}$.
- (b) $9 = 3^2$, $14 = 2 \cdot 7 \Rightarrow [9, 14] = 2 \cdot 3^2 \cdot 7 = 126$.
Multipli comuni < 200 : $\boxed{126}$.

Exercițiul 6. Demonstrații de divizibilitate (folosește factorul comun sau proprietățile operațiilor):

- (a) Dacă $x = 28 \cdot a + 42 \cdot b$ cu $a, b \in N$, arată că x este divizibil cu 14.
- (b) Dacă $y = 18 \cdot a - 12 \cdot b$ cu $a, b \in N$, arată că y este divizibil cu 6.

Rezolvare:

- (a) $x = 28a + 42b = 14(2a) + 14(3b) = 14(2a + 3b) \Rightarrow 14 \mid x$.
- (b) $y = 18a - 12b = 6(3a) - 6(2b) = 6(3a - 2b) \Rightarrow 6 \mid y$.

Exercițiul 7. Situații cu rest:

- (a) Restul împărțirii lui a la 18 este 12. Arată că a este divizibil cu 6.
- (b) Dacă m este multiplu de 20, explică de ce m este multiplu de 4 și de 5.

Rezolvare:

- (a) **Prin teorema împărțirii cu rest:** există $q \in N$ cu $a = 18q + 12$.
Atunci $a = 6(3q) + 6 \cdot 2 = 6(3q + 2)$, deci $6 \mid a$ (este divizibil cu 6).
- (b) Dacă m este multiplu de 20, există k cu $m = 20k = 4 \cdot 5 \cdot k = 4(5k) = 5(4k)$.
Rezultă $4 \mid m$ și $5 \mid m$.

Exercițiul 8. Arată că următoarele sume sunt multipli ai numerelor indicate:

- (a) $N = 9 + 9^2 + 9^3 + \dots + 9^{20}$ este divizibil cu 9;
- (b) $M = 6 + 12 + 18 + \dots + 6k$ (cu $k \in N$, $k \geq 1$) este divizibil cu 6.

Rezolvare:

- (a) Factorizăm 9: $N = 9(1 + 9 + 9^2 + \dots + 9^{19}) \Rightarrow 9 \mid N$.
- (b) Factor comun 6: $M = 6(1 + 2 + 3 + \dots + k) \Rightarrow 6 \mid M$.

Succes!