

Recapitulare lecțiile 1-3

Clasa a 8-a – Capitolul 2 – Arii și volume ale unor corpuri geometrice

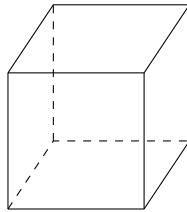
Instrucțiuni

Rezolvă exercițiile folosind formulele pentru aria laterală, aria totală și volumul corpurilor studiate (prismă, paralelipiped, cub). Fii atent la calcule și unități de măsură! Durata recomandată: **50 minute**.

Exerciții

Exercițiul 1. Un cub are muchia de 5 cm. Calculați:

- (a) Aria unei fețe a cubului.
- (b) Aria totală a cubului.
- (c) Volumul cubului.



Exercițiul 2. O prismă triunghiulară regulată are latura bazei $l = 8$ cm și înălțimea $h = 10$ cm. Calculați aria laterală și volumul prisme.

Exercițiul 3. Un paralelipiped dreptunghic are aria bazei egală cu 40 cm^2 și înălțimea de 6 cm. Calculați volumul și aria totală a paralelipipedului, dacă lungimea bazei este cu 3 cm mai mare decât lățimea bazei.

Exercițiul 4. O prismă patrulateră regulată are aria laterală $A_l = 240 \text{ cm}^2$ și înălțimea $h = 10$ cm.

- (a) Determinați latura bazei.
- (b) Calculați volumul prisme.

Exercițiul 5. Diagonala unui paralelipiped dreptunghic are lungimea de $\sqrt{50}$ cm, iar dimensiunile bazei sunt 3 cm și 4 cm. Calculați:

- (a) Înălțimea paralelipipedului.
- (b) Aria totală a paralelipipedului.

Exercițiul 6. O prismă dreaptă are ca bază un romb cu diagonalele $d_1 = 12$ cm și $d_2 = 16$ cm. Înălțimea prisme este de 10 cm. Calculați:

- (a) Aria laterală a prisme.
- (b) Volumul prisme.

Exercițiul 7. Fie cubul $ABCD A' B' C' D'$ cu muchia de 6 cm.

- (a) Calculați distanța de la vârful B la diagonala AC' a cubului.
- (b) Determinați sinusul unghiului format de dreapta AC' cu planul feței laterale $(BCC' B')$.

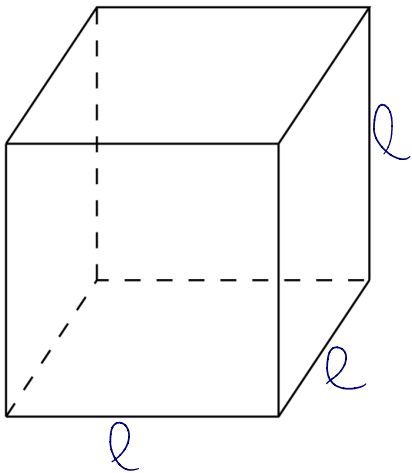
Exercițiul 8. Un container din beton are forma unui paralelipiped dreptunghic deschis în partea de sus (fără capac). Dimensiunile **exterioare** sunt: Lungime = 12 dm, lățime = 10 dm și înălțime = 8 dm. Grosimea pereților laterali și a fundului este de 1 dm. Calculați:

- (a) Capacitatea containerului (volumul interior) în litri.
- (b) Volumul betonului utilizat pentru construcția containerului.

Succes!

Exercițiul 1. Un cub are muchia de 5 cm. Calculați:

- (a) Aria unei fețe a cubului.
- (b) Aria totală a cubului.
- (c) Volumul cubului.

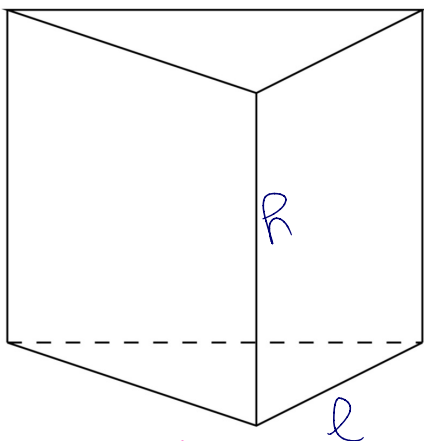


$$a) A_{\text{față}} = l^2 = 5^2 = 25 \text{ cm}^2$$

$$b) A_t = 6l^2 = 6 \cdot 25 = 150 \text{ cm}^2$$

$$c) V = l^3 = 5^3 = 125 \text{ cm}^3$$

Exercițiul 2. O prismă triunghiulară regulată are latura bazei $l = 8$ cm și înălțimea $h = 10$ cm. Calculați aria laterală și volumul prisme.



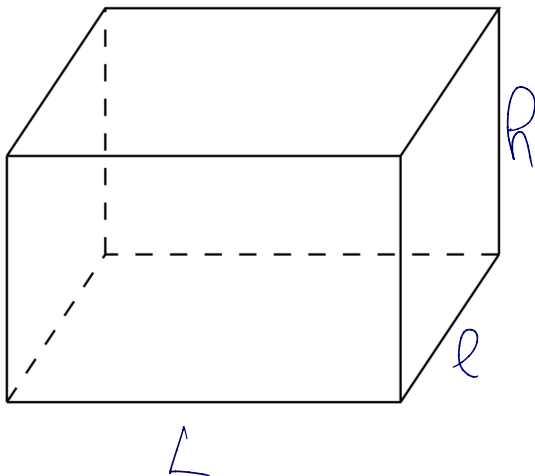
$$A_l = P_b \cdot R \quad \left. \begin{array}{l} P_b = 3 \cdot l \\ \Rightarrow A_l = 3 \cdot l \cdot R \end{array} \right\}$$

$$\Rightarrow A_l = 3 \cdot 8 \cdot 10 = 240 \text{ cm}^2$$

$$V = A_b \cdot R \quad \left. \begin{array}{l} A_b = \frac{l^2 \sqrt{3}}{4} \\ \Rightarrow V = \frac{l^2 \sqrt{3} \cdot R}{4} = \frac{8^2 \sqrt{3} \cdot 10}{4} \end{array} \right\}$$

$$\Rightarrow V = \frac{16 \cdot 64 \sqrt{3} \cdot 10}{4 \cdot 1} = 160 \sqrt{3} \text{ cm}^3$$

Exercițiul 3. Un paralelipiped dreptunghic are aria bazei egală cu 40 cm^2 și înălțimea de 6 cm. Calculați volumul și aria totală a paralelipipedului, dacă lungimea bazei este cu 3 cm mai mare decât lățimea bazei.



$$V = A_b \cdot R = 40 \cdot 6 = 240 \text{ cm}^3$$

$$A_b = L \cdot l = 40 \text{ cm}^2 \quad \left. \begin{array}{l} L = (l+3) \\ \Rightarrow l \cdot (l+3) = 40 \end{array} \right\}$$

$$40 = 5 \cdot 8 = 5 \cdot 8$$

$$8 = 5 + 3$$

$$\Rightarrow l = 5 \Rightarrow h = 5 + 3 = 8$$

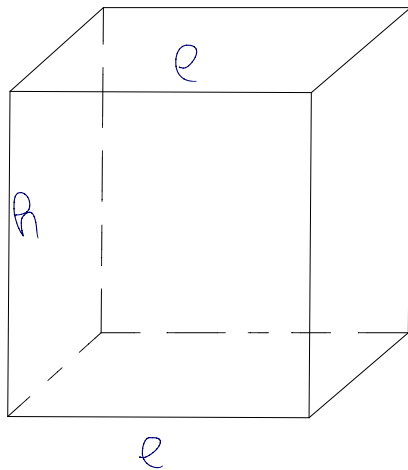
$$A_t = 2(L \cdot l + l \cdot R + L \cdot R) =$$

$$= 2(8 \cdot 5 + 5 \cdot 6 + 8 \cdot 6) = 2(40 + 30 + 48)$$

$$A_t = 2 \cdot 118 = 236 \text{ cm}^2$$

Exercițiul 4. O prismă patrulateră regulată are aria laterală $A_l = 240 \text{ cm}^2$ și înălțimea $h = 10 \text{ cm}$.

- (a) Determinați latura bazei.
(b) Calculați volumul prisme.



$$\begin{aligned} a) \quad A_l &= P_b \cdot h \\ P_b &= 4 \cdot l \end{aligned} \Rightarrow A_l = 4 \cdot l \cdot h \Rightarrow 240 = 4 \cdot l \cdot 10 \quad | :4$$

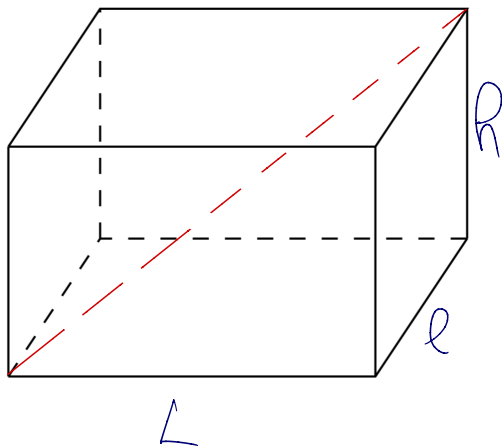
$$\Rightarrow l = 6 \text{ cm}$$

$$\begin{aligned} b) \quad V &= A_b \cdot h \\ A_b &= l^2 \end{aligned} \Rightarrow V = l^2 \cdot h = 6^2 \cdot 10 = 360 \text{ cm}^3$$

Exercițiul 5. Diagonala unui paralelipiped dreptunghic are lungimea de $\sqrt{50} \text{ cm}$, iar dimensiunile bazei sunt 3 cm și 4 cm . Calculați:

- (a) Înălțimea paralelipipedului.
(b) Aria totală a paralelipipedului.

$$d = \sqrt{50}; \quad L = 4 \text{ cm}; \quad l = 3 \text{ cm}$$

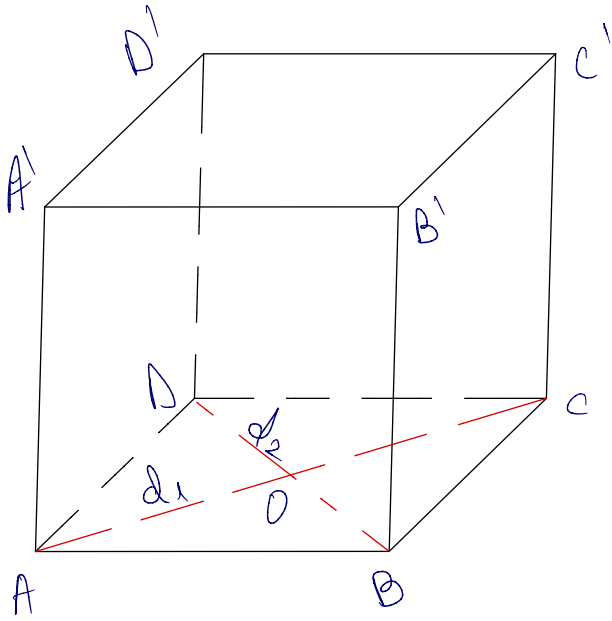


$$\begin{aligned} a) \quad d &= \sqrt{L^2 + l^2 + h^2} \Rightarrow d^2 = L^2 + l^2 + h^2 \\ \Rightarrow h^2 &= d^2 - L^2 - l^2 = (\sqrt{50})^2 - 4^2 - 3^2 \\ h^2 &= 50 - 16 - 9 = 25 \Rightarrow h = \sqrt{25} = 5 \text{ cm} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} b) \quad A_t &= 2(L \cdot l + l \cdot h + L \cdot h) \\ A_t &= 2(4 \cdot 3 + 3 \cdot 5 + 4 \cdot 5) = \\ &= 2(12 + 15 + 20) = 2 \cdot 47 = 94 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

Exercițiul 6. O prismă dreaptă are ca bază un romb cu diagonalele $d_1 = 12$ cm și $d_2 = 16$ cm. Înălțimea prismei este de 10 cm. Calculați:

- (a) Aria laterală a prismei.
(b) Volumul prismei.



$$a) ABCD \text{ romb} \Rightarrow AC \perp BD$$

$$AO = OC = \frac{AC}{2} = \frac{16}{2} = 8 \text{ cm}$$

$$BO = OD = \frac{BD}{2} = \frac{12}{2} = 6 \text{ cm}$$

În $\triangle AOB$ dreptunghic aplic T.P.:

$$AB^2 = AO^2 + OB^2 \Rightarrow AB = \sqrt{8^2 + 6^2} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow AB = \sqrt{64 + 36} = \sqrt{100} = 10 \text{ cm}$$

$$A_l = P_b \cdot h = 4 \cdot l \cdot h = 4 \cdot 10 \cdot 10 = 400 \text{ cm}^2$$

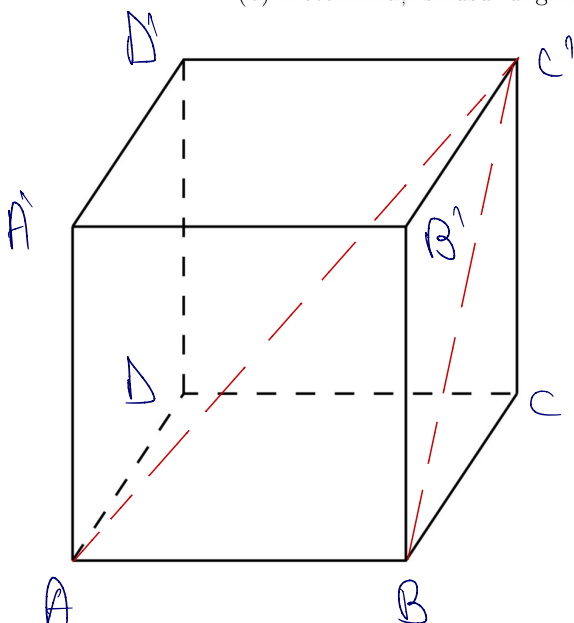
$$b) V = A_b \cdot h$$

$$\text{Baza} = \text{romb} \Rightarrow A_b = \frac{d_1 \cdot d_2}{2}$$

$$\Rightarrow V = \frac{d_1 \cdot d_2 \cdot h}{2} = \frac{12 \cdot 16 \cdot 10}{2}$$

$$\Rightarrow V = 960 \text{ cm}^3$$

(b) Determinați sinusul unghiului format de dreapta AC' cu planul feței laterale $(BCC'B')$.


$$BC' = d_{\text{path}} = 2\sqrt{2} = 6\sqrt{2} \text{ cm}$$

$$AB = l = 6 \text{ cm}$$

$$AC' = d_{\text{cell}} = 2\sqrt{3} = 6\sqrt{3} \text{ cm}$$

$$\left. \begin{array}{l} AB \perp (BCC'B') \\ BC' \subset (BCC'B') \end{array} \right\} \Rightarrow AB \perp BC' \Rightarrow \triangle ABC' \text{ dreptunghic}$$

Expressieren $A_{\Delta ABC'}$ in 2 moduli:
$$\left. \begin{aligned} A_{ABC'} &= \frac{AB \cdot BC'}{2} \\ A_{ABC'} &= \frac{AC' \cdot d(B, AC')}{2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

$$A \cdot Bc' = \frac{Ac' \cdot d(B, Ac')}{5}$$

$$\Rightarrow AB \cdot Bc' = Ac' \cdot d(B, Ac') \Rightarrow d(B, Ac') = \frac{AB \cdot Bc'}{Ac'} = \frac{6 \cdot 6\sqrt{2}}{6\sqrt{3}}$$

$$\Rightarrow d(B, A^c) = \frac{6\sqrt{6}}{3} = 2\sqrt{6} \text{ cm}$$

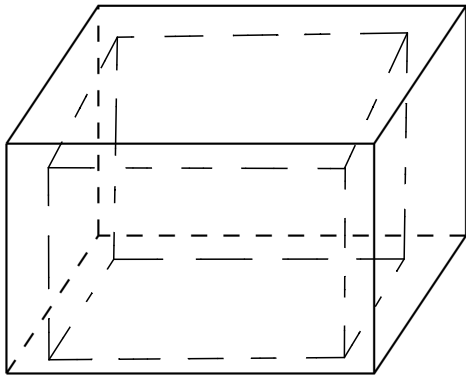
$$b) \left. \begin{aligned} AB \perp (BCC'B') &\Rightarrow P_{(BCC'B')}^A = B \\ C' \in (BCC'B') &\Rightarrow P_{(BCC'B')}^{C'} = C' \end{aligned} \right\} \Rightarrow P_{(BCC'B')}^A C' = B C'$$

$$\Rightarrow \cancel{X} (Ac', (Bc' B')) = \cancel{X} (Ac', Bc') = \cancel{X} Ac' B$$

Im $\triangle ABC$ dreieckig: $\sin \hat{ACB} = \frac{AB}{AC} = \frac{6}{6\sqrt{3}} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$

Exercițiul 8. Un container din beton are forma unui paralelipiped dreptunghic deschis în partea de sus (fără capac). Dimensiunile **exterioare** sunt: Lungime = 12 dm, lățime = 10 dm și înălțime = 8 dm. Grosimea pereților laterali și a fundului este de 1 dm. Calculați:

- (a) Capacitatea containerului (volumul interior) în litri.
- (b) Volumul betonului utilizat pentru construcția containerului.



a) Grosimea = $g = 1 \text{ dm}$

$L_{\text{int}} = L_{\text{ext}} - 2 \cdot g = 12 - 2 = 10 \text{ dm}$
(Scădem grosimea din ambele direcții)

$l_{\text{int}} = l_{\text{ext}} - 2g = 10 - 2 = 8 \text{ dm}$

$h_{\text{int}} = h_{\text{ext}} - 1 \cdot g = 8 - 1 = 7 \text{ dm}$ (La înălțime scădem grosimea doar de jos deoarece deasupra este deschis)
 $V_{\text{int}} = L_{\text{int}} \cdot l_{\text{int}} \cdot h_{\text{int}} = 10 \cdot 8 \cdot 7 = 560 \text{ dm}^3 = 560 \text{ litri}$

b) $V_{\text{beton}} = V_{\text{ext}} - V_{\text{int}}$

$V_{\text{ext}} = L_{\text{ext}} \cdot l_{\text{ext}} \cdot h_{\text{ext}} = 12 \cdot 10 \cdot 8 = 960 \text{ dm}^3$

$\Rightarrow V_{\text{beton}} = 960 - 560 = 400 \text{ dm}^3$