



Rezolvare - Fișă de lucru

Lecția 7 - Raționalizarea numitorului unei fracții

Clasa a 7-a – Capitolul 1 - Mulțimea numerelor reale

Instrucțiuni

Aplică regula de raționalizare a numitorului pentru a obține fracții echivalente cu numitor rațional. Folosește operații corecte cu radicali și fracții. Durata recomandată: **30–40 de minute**.

Exerciții & Rezolvări

Exercițiul 1. Raționalizează numitorul următoarelor fracții:

(a) $\frac{1}{\sqrt{2}}$

(b) $\frac{1}{\sqrt{5}}$

(c) $\frac{3}{\sqrt{7}}$

(d) $\frac{-2}{\sqrt{3}}$

Rezolvare:

(a) $\frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}.$

(b) $\frac{1}{\sqrt{5}} \cdot \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}.$

(c) $\frac{3}{\sqrt{7}} \cdot \frac{\sqrt{7}}{\sqrt{7}} = \frac{3\sqrt{7}}{7}.$

(d) $\frac{-2}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{-2\sqrt{3}}{3}.$

Exercițiul 2. Simplifică și raționalizează numitorul:

(a) $\frac{2\sqrt{2}}{2}$

(b) $\frac{3\sqrt{3}}{9}$

(c) $\frac{5}{\sqrt{20}}$

(d) $\frac{4}{2\sqrt{5}}$

Rezolvare:

(a) $\frac{2\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}.$

(b) $\frac{3\sqrt{3}}{9} = \frac{\sqrt{3}}{3}.$

(c) $\sqrt{20} = 2\sqrt{5}$, deci $\frac{5}{\sqrt{20}} = \frac{5}{2\sqrt{5}} = \frac{5}{2\sqrt{5}} \cdot \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{5\sqrt{5}}{10} = \frac{\sqrt{5}}{2}.$

(d) $\frac{4}{2\sqrt{5}} = \frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{2}{\sqrt{5}} \cdot \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{2\sqrt{5}}{5}.$

Exercițiul 3. Raționalizează:

(a) $\frac{7}{\sqrt{11}}$

(b) $\frac{-3}{\sqrt{6}}$

(c) $\frac{1}{2\sqrt{3}}$

(d) $\frac{4}{\sqrt{8}}$

Rezolvare:

(a) $\frac{7}{\sqrt{11}} \cdot \frac{\sqrt{11}}{\sqrt{11}} = \frac{7\sqrt{11}}{11}.$

(b) $\frac{-3}{\sqrt{6}} \cdot \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{6}} = \frac{-3\sqrt{6}}{6} = \frac{-\sqrt{6}}{2}.$

$$(c) \frac{1}{2\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{2 \cdot 3} = \frac{\sqrt{3}}{6}.$$

$$(d) \sqrt{8} = 2\sqrt{2}, \text{ deci } \frac{4}{\sqrt{8}} = \frac{4}{2\sqrt{2}} = \frac{2}{\sqrt{2}} = \frac{2}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{2\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}.$$

Exercițiul 4. Calculează și raționalizează:

$$(a) \frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{\sqrt{5}}$$

$$(b) \frac{2\sqrt{3} - \sqrt{2}}{\sqrt{6}}$$

$$(c) \frac{5}{\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}}$$

$$(d) \frac{3 + \sqrt{2}}{\sqrt{2}}$$

Rezolvare:

$$(a) \frac{\sqrt{2} + \sqrt{3}}{\sqrt{5}} \cdot \frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{10} + \sqrt{15}}{5}.$$

$$(b) \frac{2\sqrt{3} - \sqrt{2}}{\sqrt{6}} \cdot \frac{\sqrt{6}}{\sqrt{6}} = \frac{2\sqrt{18} - \sqrt{12}}{6} = \frac{2 \cdot 3\sqrt{2} - 2\sqrt{3}}{6} = \frac{6\sqrt{2} - 2\sqrt{3}}{6} = \frac{3\sqrt{2} - \sqrt{3}}{3}.$$

$$(c) \frac{5}{\sqrt{3}} + \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{6}{\sqrt{3}} = \frac{6}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{6\sqrt{3}}{3} = 2\sqrt{3}.$$

$$(d) \frac{3 + \sqrt{2}}{\sqrt{2}} \cdot \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = \frac{3\sqrt{2} + 2}{2}.$$

Exercițiul 5. Raționalizează apoi compară numerele x și y :

$$(a) x = \frac{1}{\sqrt{5}}, \quad y = \frac{\sqrt{5}}{5}$$

$$(b) x = \frac{2}{\sqrt{3}}, \quad y = \frac{\sqrt{3}}{1,5}$$

Rezolvare:

(a) $\frac{1}{\sqrt{5}} = \frac{\sqrt{5}}{5}$ (raționalizare), deci $x = y$.

(b) $x = \frac{2}{\sqrt{3}} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$. $y = \frac{\sqrt{3}}{1,5} = \frac{\sqrt{3}}{3/2} = \frac{2\sqrt{3}}{3}$. Concluzie: $x = y$.

Exercițiul 6. Efectuează următoarele calcule:

(a) $\left(\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2$

(b) $\frac{3}{\sqrt{5}} + \frac{2}{\sqrt{5}}$

(c) $\frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}}$

(d) $\frac{4 + \sqrt{3}}{\sqrt{3}}$

Rezolvare:

(a) $\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}$, deci paranteza devine $\frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2} = \sqrt{2}$. Așadar $(\sqrt{2})^2 = 2$.

(b) $\frac{3}{\sqrt{5}} + \frac{2}{\sqrt{5}} = \frac{5}{\sqrt{5}} = \sqrt{5}$.

(c) $\frac{1}{\sqrt{2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{2}$.

(d) $\frac{4 + \sqrt{3}}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}} = \frac{4\sqrt{3} + 3}{3}$.

Exercițiul 7. Calculează suma inverselor:

$$a = \sqrt{8}, \quad b = \sqrt{2}, \quad c = 2 \quad \Rightarrow \quad \frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c}.$$

Rezolvare:

$$\frac{1}{\sqrt{8}} = \frac{1}{2\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{4}, \quad \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2}, \quad \frac{1}{2} = \frac{2}{4}.$$

Suma: $\frac{\sqrt{2}}{4} + \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{1}{2} = \frac{\sqrt{2}}{4} + \frac{2\sqrt{2}}{4} + \frac{2}{4} = \frac{3\sqrt{2} + 2}{4}.$

Exercițiul 8. Demonstrează că:

$$\left(\frac{1}{\sqrt{5}} - \frac{1}{\sqrt{3}}\right) \cdot \left(\frac{1}{\sqrt{5}} + \frac{1}{\sqrt{3}}\right) = \frac{1}{5} - \frac{1}{3}.$$

Rezolvare:

Folosim identitatea $(A - B)(A + B) = A^2 - B^2$, cu $A = \frac{1}{\sqrt{5}}$, $B = \frac{1}{\sqrt{3}}$:

$$A^2 - B^2 = \left(\frac{1}{\sqrt{5}}\right)^2 - \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right)^2 = \frac{1}{5} - \frac{1}{3}.$$

(Valoarea numerică comună este $\frac{3-5}{15} = -\frac{2}{15}$.)

Succes!