

Fișă de lucru

## Lecția 6 – Probleme care se rezolvă cu ajutorul ecuațiilor, inecuațiilor și al sistemelor de ecuații

Clasa a 8-a – Capitolul 2 - Ecuații, inecuații și sisteme de ecuații

### Instrucțiuni

Citește cu atenție enunțurile. Notează necunoscutele (de exemplu cu  $x$  și  $y$ ), scrie relațiile matematice (ecuațiile sau inecuațiile) și rezolvă sistemul rezultat.

*Indiciu:* Verifică întotdeauna dacă soluția obținută are sens în contextul problemei (ex: numărul de persoane trebuie să fie natural).

Durata recomandată: **50 minute**.

### Exerciții

**Exercițiul 1.** Un număr este de trei ori mai mare decât altul. Dacă scădem 25 din numărul mai mare și adăugăm 5 la numărul mai mic, cele două numere devin egale. Aflați cele două numere inițiale.

**Exercițiul 2.** Suma a două numere naturale este 148. Împărțind numărul mai mare la cel mai mic, obținem câtul 5 și restul 4. Determinați cele două numere.

**Exercițiul 3.** În prezent, vârsta tatălui este cu 28 de ani mai mare decât vârsta fiului. Peste 8 ani, vârsta tatălui va fi de trei ori mai mare decât vârsta fiului. Ce vârstă are fiecare în prezent?

**Exercițiul 4.** Într-o clasă, dacă se așază câte 2 elevi într-o bancă, rămân 5 elevi în picioare. Dacă se așază câte 3 elevi într-o bancă, rămân 3 bănci libere. Câte bănci și câți elevi sunt în clasă?

**Exercițiul 5.** O autoutilitară încărcată complet cântărește 4200 kg, iar încărcată pe jumătate cântărește 3300 kg. Cât cântărește autoutilitara goală?

**Exercițiul 6.** La un concurs de matematică sunt 20 de întrebări. Pentru fiecare răspuns corect se acordă 5 puncte, iar pentru fiecare răspuns greșit se scad 2 puncte. Câte răspunsuri corecte a dat un elev care a obținut 72 de puncte? (Se presupune că a răspuns la toate întrebările).

**Exercițiul 7.** Perimetrul unui dreptunghi este de 100 cm. Dacă mărim lungimea cu 5 cm și micșorăm lățimea cu 20% din ea, perimetrul devine 102 cm. Determinați dimensiunile inițiale ale dreptunghiului.

**Exercițiul 8.** O firmă de închirieri auto percepe o taxă fixă de 150 lei plus 1,5 lei pentru fiecare kilometru parcurs. Dacă un client are un buget maxim de 510 lei, care este distanța maximă (număr întreg de km) pe care o poate parcurge?

**Succes!**

**Exercițiul 1.** Un număr este de trei ori mai mare decât altul. Dacă scădem 25 din numărul mai mare și adăugăm 5 la numărul mai mic, cele două numere devin egale. Aflați cele două numere inițiale.

Notăm cele două numere cu  $x$  și  $y$ .

Din prima propoziție avem:  $x = 3y$

Din a doua propoziție avem:  $x - 25 = y + 5$

$$\begin{aligned} \begin{cases} x = 3y \\ x - 25 = y + 5 \end{cases} &\Leftrightarrow \begin{cases} x = 3y \\ 3y - 25 = y + 5 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3y \\ 3y - y = 5 + 25 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3y \\ 2y = 30 \end{cases} \end{aligned}$$

/:2

$$\Rightarrow \begin{cases} x = 3y \\ y = 15 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 3 \cdot 15 = 45 \\ y = 15 \end{cases}$$

**Exercițiul 2.** Suma a două numere naturale este 148. Împărțind numărul mai mare la cel mai mic, obținem câtul 5 și restul 4. Determinați cele două numere.

Notăm cele două numere cu  $x$  și  $y$ .

Din prima propoziție avem:  $x + y = 148$

Din a doua propoziție avem:  $x : y = 5 \text{ rest } 4 \Rightarrow x = y \cdot 5 + 4$

$$\begin{cases} x + y = 148 \\ x = 5y + 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 5y + 4 + y = 148 \\ x = 5y + 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 6y + 4 = 148 \\ x = 5y + 4 \end{cases}$$

/-4

$$\begin{cases} 6y = 144 \\ x = 5y + 4 \end{cases} \begin{matrix} \text{color: red} \\ \text{/:6} \end{matrix} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 24 \\ x = 5 \cdot 24 + 4 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} y = 24 \\ x = 124 \end{cases}$$

**Exercițiul 3.** În prezent, vârsta tatălui este cu 28 de ani mai mare decât vârsta fiului. Peste 8 ani, vârsta tatălui va fi de trei ori mai mare decât vârsta fiului. Ce vârstă are fiecare în prezent?

Notăm vârsta tatălui cu  $t$  și cea a fiului cu  $f$ .

Din prima propoziție avem:  $t = f + 28$

Din a doua propoziție avem:  $t + 8 = 3 \cdot (f + 8)$  (vârstele peste 8 ani)

$$\begin{cases} t = f + 28 \\ t + 8 = 3(f + 8) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = f + 28 \\ f + 28 + 8 = 3f + 24 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = f + 28 \\ f - 3f = 24 - 8 - 28 \end{cases} \Leftrightarrow$$

$$\begin{cases} t = f + 28 \\ -2f = -12 \end{cases} \begin{matrix} \text{color: red} \\ \text{/: (-2)} \end{matrix} \Leftrightarrow \begin{cases} t = f + 28 \\ f = 6 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} t = 6 + 28 = 34 \\ f = 6 \end{cases}$$

**Exercițiul 4.** Într-o clasă, dacă se așază câte 2 elevi într-o bancă, rămân 5 elevi în picioare. Dacă se așază câte 3 elevi într-o bancă, rămân 3 bănci libere. Câte bănci și câți elevi sunt în clasă?

$e$  = numărul de elevi

$b$  = numărul de bănci

Din prima propoziție avem:  $e = 2 \cdot b + 5$

Din a doua propoziție avem:  $e = 3 \cdot (b - 3)$

2 elevi în bancă  
3 elevi în bancă  
3 bănci în minus

Egalând cele 2 expresii:  $2 \cdot b + 5 = 3 \cdot (b - 3)$

$$\Rightarrow 2b + 5 = 3b - 9 \Rightarrow 2b - 3b = -9 - 5$$

$$-b = -14 \quad | \cdot (-1) \Rightarrow \underline{b = 14}$$

$$e = 2 \cdot b + 5 = 2 \cdot 14 + 5 = 28 + 5 \Rightarrow \underline{e = 33}$$

**Exercițiul 5.** O autoutilitară încărcată complet cântărește 4200 kg, iar încărcată pe jumătate cântărește 3300 kg. Cât cântărește autoutilitara goală?

Notăm cu „ $a$ ” masa autoutilitarei și cu „ $b$ ” masa încărcăturii.

Încărcată complet:  $a + b = 4200$

Încărcată pe jumătate:  $a + \frac{b}{2} = 3300$

$$\begin{cases} a + b = 4200 \\ a + \frac{b}{2} = 3300 \quad | \cdot (-1) \end{cases} \quad (\Rightarrow) \quad \begin{cases} a + b = 4200 \\ -a - \frac{b}{2} = -3300 \end{cases}$$

$$\underline{\hspace{10em}} \quad (+) \quad \frac{b}{2} = 900 \quad | \cdot 2 \Rightarrow b = 1800$$

$$a + b = 4200 \Rightarrow a + 1800 = 4200 \quad | -1800$$

$$\boxed{a = 2400}$$

**Exercițiul 6.** La un concurs de matematică sunt 20 de întrebări. Pentru fiecare răspuns corect se acordă 5 puncte, iar pentru fiecare răspuns greșit se scad 2 puncte. Câte răspunsuri corecte a dat un elev care a obținut 72 de puncte? (Se presupune că a răspuns la toate întrebările).

Notăm  $c$  = răspunsuri corecte,  $g$  = răspunsuri greșite.

În total sunt 20:  $c + g = 20$

corect  $\rightarrow$  5 puncte  
greșit  $\rightarrow$  2 puncte } total 72 puncte  $\Rightarrow 5 \cdot c - 2 \cdot g = 72$

$$\Rightarrow \begin{cases} c + g = 20 & / \cdot 2 \\ 5c - 2g = 72 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2c + 2g = 40 \\ 5c - 2g = 72 \end{cases} \quad (+)$$

$$\hline 7c \quad / = 112 \quad / : 7$$

$$\boxed{c = 16}$$

**Exercițiul 7.** Perimetrul unui dreptunghi este de 100 cm. Dacă mărim lungimea cu 5 cm și micșorăm lățimea cu 20% din ea, perimetrul devine 102 cm. Determinați dimensiunile inițiale ale dreptunghiului.

Notăm lungimea cu  $L$  și lățimea cu  $l$ .

$$P = 100 \text{ cm} \Rightarrow 2(L + l) = 100 \text{ cm} \quad / : 2 \Rightarrow L + l = 50 \text{ cm}$$

$$L_{\text{nou}} = L + 5$$

$$l_{\text{nou}} = l - 20\% \cdot l = l - \frac{20}{100} \cdot l = l - \frac{1}{5} l = \frac{4}{5} l$$

$$P_{\text{nou}} = 2(L_{\text{nou}} + l_{\text{nou}}) = 102 \quad / : 2 \Rightarrow L_{\text{nou}} + l_{\text{nou}} = 51$$

$$\Rightarrow L + 5 + \frac{4}{5} l = 51 \quad / - 5 \Rightarrow L + \frac{4}{5} l = 46$$

$$\begin{cases} L + l = 50 \\ L + \frac{4}{5} l = 46 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} L + l = 50 \\ -l - \frac{1}{5} l = -46 \end{cases} \quad (+)$$

$$\hline / \frac{1}{5} l = 4 \quad / \cdot 5$$

$$\underline{l = 20 \text{ cm}}$$

$$L + l = 50 \Rightarrow L + 20 = 50 \quad / - 20$$

$$\underline{L = 30 \text{ cm}}$$

**Exercițiul 8.** O firmă de închirieri auto percepe o taxă fixă de 150 lei plus 1,5 lei pentru fiecare kilometru parcurs. Dacă un client are un buget maxim de 510 lei, care este distanța maximă (număr întreg de km) pe care o poate parcurge?

Notăm cu  $k$  numărul de kilometri.

$$\text{Scriem inecuația: } \underbrace{150}_{\text{taxa}} + \underbrace{1,5 \cdot k}_{\text{lei/km}} \leq \underbrace{510}_{\text{bugetul}}$$

$$\Rightarrow 150 + 1,5k \leq 510 \quad | -150$$

$$1,5k \leq 360 \quad | :1,5$$

$$\Rightarrow k \leq 240 \Rightarrow \text{Distanța maximă este de } 240 \text{ km.}$$