

Fișă de lucru

Lecția 5 – Inecuații de gradul I cu o necunoscută

Clasa a 8-a – Capitolul 2 - Ecuatii, inecuatii și sisteme de ecuații

Instrucțiuni

Rezolvă inecuațiile folosind regulile de calcul algebric.

Atenție: Când înmulțești sau împarți o inecuație cu un număr negativ, sensul inegalității se schimbă!

Durata recomandată: **40-50 minute**.

Exerciții

Exercițiul 1. Verifică dacă valorile date sunt soluții ale inecuațiilor (înlocuiește și compară):

- (a) Pentru $x_0 = -4$: $x - 7 \leq 2x + 8$
- (b) Pentru $x_0 = 1$: $12 - 3x > 9$
- (c) Pentru $x_0 = 7$: $2(x - 3) \geq x + 5$
- (d) Pentru $x_0 = 1,6$: $0,5x + 1,2 < 2$

Exercițiul 2. Rezolvă în $\mathbb{R}$ și scrie mulțimea soluțiilor sub formă de interval:

- (a) $4x - 5 \geq 19$
- (b) $7 - 2x < 1$
- (c) $-3x + 11 \leq 2x - 4$
- (d) $5(x - 2) > 3(x + 4)$
- (e) $-8(2 - x) \geq 16$

Exercițiul 3. Inecuații cu zecimale și fracții (atenție la împărțirea cu număr negativ):

- (a) $0,6x - 1,5 \geq 0,3x + 0,9$
- (b) $\frac{3}{4}x - 2 \leq \frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$
- (c) $-\frac{2}{3}x + 1 > \frac{1}{6}$

(d) $1, 2(x - 0, 5) \leq 0, 8x + 0, 1$

Exercițiul 4. Rezolvă inecuațiile compuse și scrie soluțiile ca intervale. Reprezintă pe axă:

(a) $-5 \leq 2x + 1 < 9$

(b) $3 < \frac{x-2}{2} \leq 6$

(c) $-4 \leq -2(x - 1) < 8$

Exercițiul 5. Efectuează transformări echivalente (deschide paranteze, grupează termeni) și rezolvă:

(a) $3(2x - 1) - 5(x - 4) \geq 2x + 7$

(b) $4 - [2(x - 3) - (x + 1)] > 3x$

(c) $5 - 2[3(x - 2) - (2x - 1)] \leq 9 - x$

Exercițiul 6. Valori întregi/naturale:

(a) Determină toate valorile întregi x cu $-10 \leq 3x - 2 \leq 17$.

(b) Câte numere naturale n verifică $5n - 12 < 100$?

(c) Găsește toate valorile $m \in \mathbb{Z}$ care satisfac simultan $4m + 7 > 0$ și $2m - 5 \leq 11$.

Exercițiul 7. Probleme de modelare prin inecuații:

(a) Un abonament costă 65 lei/lună. Cu 280 lei, câte luni cel mult poți plăti?

(b) O clasă strânge bani pentru o excursie: se adună 1500 lei. Fiecare elev trebuie să contribuie cu o sumă. Dacă din banii strânși trebuie să rămână cel puțin 90 lei pentru cheltuieli comune, și fiecare elev contribuie cu exact 37,5 lei, care este numărul maxim de elevi care au contribuit?

Exercițiul 8. Rezolvă în $\mathbb{R}$ următoarele inecuații utilizând proprietățile modulului:

(a) $|2x - 5| \leq 7$

(b) $3 \cdot |x + 2| - 4 > 5$

(c) $\left| \frac{2x-1}{3} - 1 \right| \leq 2$

Succes!

Exercițiul 1. Verifică dacă valorile date sunt soluții ale inecuațiilor (înlocuiește și compară):

(a) Pentru $x_0 = -4$: $x - 7 \leq 2x + 8$

(b) Pentru $x_0 = 1$: $12 - 3x > 9$

(c) Pentru $x_0 = 7$: $2(x - 3) \geq x + 5$

(d) Pentru $x_0 = 1,6$: $0,5x + 1,2 < 2$

a) $x - 7 \leq 2x + 8 \Rightarrow -4 - 7 \leq 2 \cdot (-4) + 8$
 $-11 \leq -8 + 8 \Rightarrow -11 \leq 0$ **Adevărat**

b) $12 - 3x > 9 \Rightarrow 12 - 3 \cdot 1 > 9 \Rightarrow 12 - 3 > 9 \Rightarrow 9 > 9$ **Fals**

c) $2 \cdot (x - 3) \geq x + 5 \Rightarrow 2 \cdot (7 - 3) \geq 7 + 5$
 $2 \cdot 4 \geq 12 \Rightarrow 8 \geq 12$ **Fals**

d) $0,5x + 1,2 < 2 \Rightarrow 0,5 \cdot 1,6 + 1,2 < 2 \Rightarrow 0,8 + 1,2 < 2 \Rightarrow 2 < 2$ **Fals**

Exercițiul 2. Rezolvă în $\mathbb{R}$ și scrie mulțimea soluțiilor sub formă de interval:

a) $4x - 5 \geq 19$ **+ 5**
 $4x \geq 24$ **/ : 4**
 $x \geq 6 \Rightarrow x \in [6, +\infty)$

b) $7 - 2x < 1$ **- 7**
 $-2x < -6$ **/ : (-2)**
 $x > 3 \Rightarrow x \in (3, +\infty)$

c) $-3x + 11 \leq 2x - 4 \Rightarrow -3x - 2x \leq -4 - 11$
 $-5x \leq -15$ **/ : (-5)**
 $x \geq 3 \Rightarrow x \in [3, +\infty)$

d) $5(x - 2) > 3(x + 4)$
 $5 \cdot x + 5 \cdot (-2) > 3 \cdot x + 3 \cdot 4 \Rightarrow 5x - 10 > 3x + 12$
 $5x - 3x > 12 + 10$
 $2x > 22$ **/ : 2**
 $x > 11 \Rightarrow x \in (11, +\infty)$

$$e) -8(2-x) \geq 16 \quad | :(-8)$$

$$2-x \leq -2 \quad | -2$$

$$-x \leq -4 \quad | \cdot (-1)$$

$$x \geq 4 \Rightarrow x \in [4, +\infty)$$

Exercițiul 3. Inecuații cu zecimale și fracții (atenție la împărțirea cu număr negativ):

$$(a) 0,6x - 1,5 \geq 0,3x + 0,9$$

$$(b) \frac{3}{4}x - 2 \leq \frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$$

$$(c) -\frac{2}{3}x + 1 > \frac{1}{6}$$

$$(d) 1,2(x - 0,5) \leq 0,8x + 0,1$$

$$a) 0,6x - 1,5 \geq 0,3x + 0,9 \Rightarrow 0,6x - 0,3x \geq 0,9 + 1,5$$

$$0,3x \geq 2,4 \quad | :0,3$$

$$x \geq 8 \Rightarrow x \in [8, +\infty)$$

$$b) \frac{3}{4}x - 2 \leq \frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{3x}{4} - \frac{x}{2} \leq \frac{5}{2} + 2 \quad | \cdot 4 \Rightarrow 3x - 2x \leq 10 + 8$$

$$x \leq 18 \Rightarrow x \in (-\infty, 18]$$

$$c) -\frac{2}{3}x + 1 > \frac{1}{6} \Rightarrow -\frac{2x}{3} > \frac{1}{6} - 1 \quad | \cdot 6$$

$$\Rightarrow -4x > 1 - 6 \Rightarrow -4x > -5 \quad | \cdot (-4)$$

$$x < \frac{5}{4} \Rightarrow x \in (-\infty, \frac{5}{4})$$

$$d) 1,2(x - 0,5) \leq 0,8x + 0,1$$

$$1,2 \cdot x - 1,2 \cdot 0,5 \leq 0,8x + 0,1$$

$$1,2x - 0,6 \leq 0,8x + 0,1$$

$$\Rightarrow 1,2x - 0,8x \leq 0,1 + 0,6$$

$$0,4x \leq 0,7 \quad | :0,4$$

$$x \leq \frac{0,7}{0,4} \Rightarrow x \leq \frac{7}{4} \Rightarrow x \in (-\infty, \frac{7}{4}]$$

Exercițiul 4. Rezolvă inecuațiile compuse și scrie soluțiile ca intervale. Reprezintă pe axă:

(a) $-5 \leq 2x + 1 < 9$

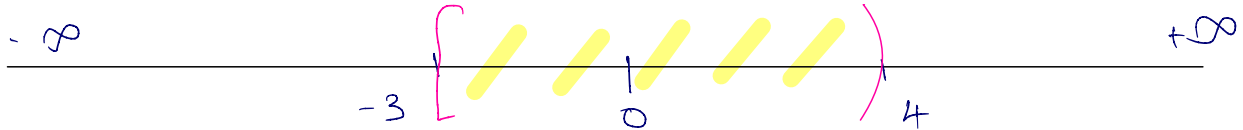
(b) $3 < \frac{x-2}{2} \leq 6$

(c) $-4 \leq -2(x-1) < 8$

a) $-5 \leq 2x + 1 < 9 \quad | -1$

$-6 \leq 2x < 8 \quad | :2$

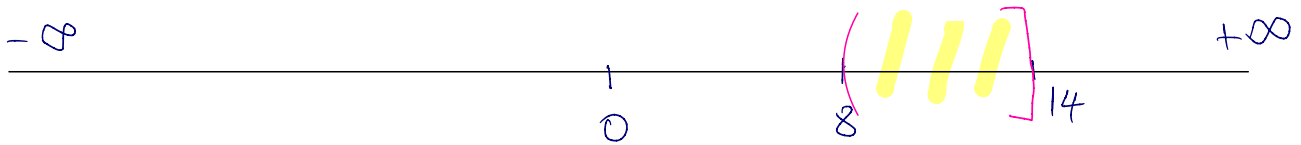
$-3 \leq x < 4 \Rightarrow x \in [-3, 4)$



b) $3 < \frac{x-2}{2} \leq 6 \quad | \cdot 2$

$6 < x-2 \leq 12 \quad | +2$

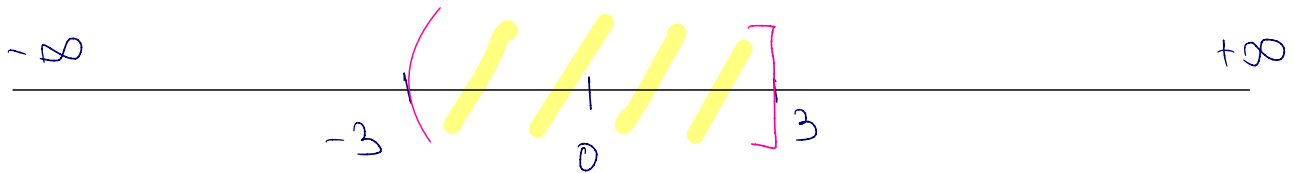
$8 < x \leq 14 \Rightarrow x \in (8, 14]$



c) $-4 \leq -2(x-1) < 8 \quad | :(-2)$

$2 \geq x-1 > -4 \quad | +1$

$3 \geq x > -3 \Rightarrow -3 < x \leq 3 \Rightarrow x \in (-3, 3]$



Exercițiul 5. Efectuează transformări echivalente (deschide paranteze, grupează termeni) și rezolvă:

(a) $3(2x - 1) - 5(x - 4) \geq 2x + 7$

(b) $4 - [2(x - 3) - (x + 1)] > 3x$

(c) $5 - 2[3(x - 2) - (2x - 1)] \leq 9 - x$

a) $3(2x - 1) - 5(x - 4) \geq 2x + 7$

$$3 \cdot 2x - 3 \cdot 1 - 5 \cdot x - 5 \cdot (-4) \geq 2x + 7$$

$$6x - 3 - 5x + 20 \geq 2x + 7$$

$$x + 17 \geq 2x + 7 \Rightarrow x - 2x \geq 7 - 17$$

$$-x \geq -10 \quad | \cdot (-1)$$

$$x \leq 10 \Rightarrow x \in (-\infty, 10]$$

b) $4 - [2(x - 3) - (x + 1)] > 3x$

$$4 - (2 \cdot x - 2 \cdot 3 - x - 1) > 3x$$

$$4 - (2x - 6 - x - 1) > 3x$$

$$4 - (x - 7) > 3x$$

$$4 - x + 7 > 3x \Rightarrow -x - 3x > -4 - 7$$

$$-4x > -11 \quad | \cdot (-4)$$

$$x < \frac{11}{4} \Rightarrow x \in (-\infty, \frac{11}{4})$$

c) $5 - 2[3(x - 2) - (2x - 1)] \leq 9 - x$

$$5 - 2(3 \cdot x - 3 \cdot 2 - 2x + 1) \leq 9 - x$$

$$5 - 2(3x - 6 - 2x + 1) \leq 9 - x$$

$$5 - 2(x - 5) \leq 9 - x$$

$$\Rightarrow 5 - 2 \cdot x - 2 \cdot (-5) \leq 9 - x$$

$$5 - 2x + 10 \leq 9 - x \Rightarrow -2x + x \leq 9 - 10 - 5$$

$$-x \leq -6 \quad | \cdot (-1)$$

$$x \geq 6 \Rightarrow x \in [6, +\infty)$$

Exercițiul 6. Valori întregi/naturale:

- (a) Determină toate valorile întregi x cu $-10 \leq 3x - 2 \leq 17$.
 (b) Câte numere naturale n verifică $5n - 12 < 100$?
 (c) Găsește toate valorile $m \in \mathbb{Z}$ care satisfac simultan $4m + 7 > 0$ și $2m - 5 \leq 11$.

$$a) -10 \leq 3x - 2 \leq 17 \quad | +2$$

$$-8 \leq 3x \leq 19 \quad | :3$$

$$-\frac{8}{3} \leq x \leq \frac{19}{3} \Rightarrow -2,(\overline{6}) \leq x \leq 6,(\overline{3}) \quad \left. \begin{array}{l} x \in \mathbb{Z} \end{array} \right\} \Rightarrow x \in \{-2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$$

$$b) 5n - 12 < 100 \quad | +12$$

$$5n < 112 \quad | :5$$

$$\left. \begin{array}{l} n < 22,4 \\ n \in \mathbb{N} \end{array} \right\} \Rightarrow n \in \{0, 1, 2, \dots, 22\} \Rightarrow 23 \text{ numere}$$

$$c) 4m + 7 > 0 \quad | -7$$

$$4m > -7 \quad | :4$$

$$m > -1,75$$

$$2m - 5 \leq 11 \quad | +5$$

$$2m \leq 16 \quad | :2$$

$$m \leq 8 \quad \Rightarrow \quad \left. \begin{array}{l} -1,75 < m \leq 8 \\ m \in \mathbb{Z} \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m \in \{-1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$$

Exercițiul 7. Probleme de modelare prin inecuații:

- (a) Un abonament costă 65 lei/lună. Cu 280 lei, câte luni cel mult poți plăti?
 (b) O clasă strânge bani pentru o excursie: se adună 1500 lei. Fiecare elev trebuie să contribuie cu o sumă. Dacă din banii strânși trebuie să rămână cel puțin 90 lei pentru cheltuieli comune, și fiecare elev contribuie cu exact 37,5 lei, care este numărul maxim de elevi care au contribuit?

a) Notăm numărul de luni cu l .

$$65 \cdot l \leq 280 \quad | :65 \Rightarrow l \leq 4,3 \Rightarrow \text{Cel mult } 4 \text{ luni}$$

b) Notăm numărul de elevi cu e .

$$37,5 \cdot e + 90 \leq 1500 \quad | -90$$

$$37,5 \cdot e \leq 1410 \quad | :37,5$$

$$e \leq 37,6 \Rightarrow \text{Maxim } 37 \text{ elevi.}$$

Exercițiul 8. Rezolvă în $\mathbb{R}$ următoarele inecuații utilizând proprietățile modulului:

(a) $|2x - 5| \leq 7$

(b) $3 \cdot |x + 2| - 4 > 5$

(c) $\left| \frac{2x-1}{3} - 1 \right| \leq 2$

Obs. $|x| \leq a \Rightarrow -a \leq x \leq a \Rightarrow x \in [-a; a]$

$|x| \geq a \Rightarrow x \geq a \text{ sau } x \leq -a \Rightarrow x \in (-\infty, -a] \cup [a, +\infty)$

a) $|2x - 5| \leq 7 \Rightarrow -7 \leq 2x - 5 \leq 7 \quad | +5$
 $-2 \leq 2x \leq 12 \quad | :2$
 $-1 \leq x \leq 6 \Rightarrow x \in [-1, 6]$

b) $3 \cdot |x + 2| - 4 > 5 \quad | +4$

$3 \cdot |x + 2| > 9 \quad | :3$

$|x + 2| > 3 \Rightarrow x + 2 > 3 \text{ sau } x + 2 < -3 \quad | -2$

$x > 1 \text{ sau } x < -5 \Rightarrow x \in (-\infty, -5) \cup (1, +\infty)$

c) $\left| \frac{2x-1}{3} - 1 \right| \leq 2$

$\Rightarrow -2 \leq \frac{2x-1}{3} - 1 \leq 2 \quad | \cdot 3$

$-6 \leq 2x - 1 - 3 \leq 6$

$-6 \leq 2x - 4 \leq 6 \quad | +4$

$-2 \leq 2x \leq 10 \quad | :2$

$-1 \leq x \leq 5 \Rightarrow x \in [-1; 5]$