

## Lecția 4 – Metoda substituției și metoda reducerii

Clasa a 7-a – Capitolul 2 – Ecuații

### Instrucțiuni

Rezolvă sistemele de ecuații folosind metoda indicată (substituția sau reducerea). Transformă ecuațiile atunci când este nevoie. Durata recomandată: **30–40 de minute**.

### Exerciții

**Exercițiul 1.** Rezolvă prin metoda substituției:

$$(a) \begin{cases} x + y = 6 \\ x - y = 2 \end{cases}$$

$$(b) \begin{cases} 2x + y = 5 \\ x = 2y - 1 \end{cases}$$

$$(c) \begin{cases} x = 4y + 1 \\ 2x + y = 3 \end{cases}$$

$$(d) \begin{cases} y = 12 - 3x \\ 2x + y = -3 \end{cases}$$

**Rezolvare:**

*La substituție, exprimăm o necunoscută dintr-o ecuație și o înlocuim în cealaltă, păstrând scrierea ca sistem.*

**(a)**

$$\begin{aligned} \begin{cases} x + y = 6 \\ x - y = 2 \end{cases} &\iff \begin{cases} y = 6 - x \\ x - y = 2 \end{cases} \iff \begin{cases} y = 6 - x \\ x - (6 - x) = 2 \end{cases} \\ &\iff \begin{cases} y = 6 - x \\ 2x - 6 = 2 \end{cases} \iff \begin{cases} y = 6 - x \\ x = 4 \end{cases} \iff \begin{cases} y = 2 \\ x = 4 \end{cases} \end{aligned}$$

**Soluția:**  $(x, y) = (4, 2)$ .

(b)

$$\begin{aligned} \begin{cases} 2x + y = 5 \\ x = 2y - 1 \end{cases} &\iff \begin{cases} 2(2y - 1) + y = 5 \\ x = 2y - 1 \end{cases} &\iff \begin{cases} 4y - 2 + y = 5 \\ x = 2y - 1 \end{cases} \\ & &\iff \begin{cases} 5y = 7 \\ x = 2y - 1 \end{cases} &\iff \begin{cases} y = \frac{7}{5} \\ x = \frac{9}{5} \end{cases} \end{aligned}$$

**Soluția:**  $(x, y) = \left(\frac{9}{5}, \frac{7}{5}\right)$ .

(c)

$$\begin{aligned} \begin{cases} x = 4y + 1 \\ 2x + y = 3 \end{cases} &\iff \begin{cases} x = 4y + 1 \\ 2(4y + 1) + y = 3 \end{cases} &\iff \begin{cases} x = 4y + 1 \\ 8y + 2 + y = 3 \end{cases} \\ & &\iff \begin{cases} x = 4y + 1 \\ 9y = 1 \end{cases} &\iff \begin{cases} y = \frac{1}{9} \\ x = \frac{13}{9} \end{cases} \end{aligned}$$

**Soluția:**  $(x, y) = \left(\frac{13}{9}, \frac{1}{9}\right)$ .

(d)

$$\begin{aligned} \begin{cases} y = 12 - 3x \\ 2x + y = -3 \end{cases} &\iff \begin{cases} y = 12 - 3x \\ 2x + (12 - 3x) = -3 \end{cases} &\iff \begin{cases} y = 12 - 3x \\ -x + 12 = -3 \end{cases} \\ & &\iff \begin{cases} y = 12 - 3x \\ x = 15 \end{cases} &\iff \begin{cases} y = -33 \\ x = 15 \end{cases} \end{aligned}$$

**Soluția:**  $(x, y) = (15, -33)$ .

**Exercițiul 2.** Rezolvă prin metoda reducerii:

(a)  $\begin{cases} x + y = 5 \\ x - y = 1 \end{cases}$

(b)  $\begin{cases} 2x + 3y = 12 \\ 4x - 3y = 6 \end{cases}$

(c)  $\begin{cases} 3x - 2y = 4 \\ 5x + y = 13 \end{cases}$

$$(d) \begin{cases} 2x + 3y = 5 \\ -2x + 4y = 16 \end{cases}$$

**Rezolvare:**

*La reducere, combinăm ecuațiile (adunare/scădere) pentru a elimina o necunoscută, păstrând forma de sistem.*

**(a)**

$$\begin{aligned} & \begin{cases} x + y = 5 \\ x - y = 1 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} (x + y) + (x - y) = 5 + 1 \\ x - y = 1 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} 2x = 6 \\ x - y = 1 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} x = 3 \\ x - y = 1 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} x = 3 \\ y = 2 \end{cases} \end{aligned}$$

**Soluția:**  $(x, y) = (3, 2)$ .

**(b)**

$$\begin{aligned} & \begin{cases} 2x + 3y = 12 \\ 4x - 3y = 6 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} (2x + 3y) + (4x - 3y) = 12 + 6 \\ 4x - 3y = 6 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} 6x = 18 \\ 4x - 3y = 6 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} x = 3 \\ 4x - 3y = 6 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} x = 3 \\ 12 - 3y = 6 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} x = 3 \\ y = 2 \end{cases} \end{aligned}$$

**Soluția:**  $(x, y) = (3, 2)$ .

(c)

$$\begin{aligned} & \begin{cases} 3x - 2y = 4 \\ 5x + y = 13 \end{cases} \\ & \iff \begin{cases} 3x - 2y = 4 \\ 10x + 2y = 26 \end{cases} \\ & \iff \begin{cases} (3x - 2y) + (10x + 2y) = 4 + 26 \\ 5x + y = 13 \end{cases} \\ & \iff \begin{cases} 13x = 30 \\ 5x + y = 13 \end{cases} \\ & \iff \begin{cases} x = \frac{30}{13} \\ 5x + y = 13 \end{cases} \\ & \iff \begin{cases} x = \frac{30}{13} \\ y = 13 - 5 \cdot \frac{30}{13} \end{cases} \\ & \iff \begin{cases} x = \frac{30}{13} \\ y = \frac{19}{13} \end{cases} \end{aligned}$$

**Soluția:**  $(x, y) = \left(\frac{30}{13}, \frac{19}{13}\right)$ .

(d)

$$\begin{aligned} & \begin{cases} 2x + 3y = 5 \\ -2x + 4y = 16 \end{cases} \iff \begin{cases} (2x + 3y) + (-2x + 4y) = 5 + 16 \\ 2x + 3y = 5 \end{cases} \iff \begin{cases} 7y = 21 \\ 2x + 3y = 5 \end{cases} \\ & \iff \begin{cases} y = 3 \\ 2x + 9 = 5 \end{cases} \iff \begin{cases} y = 3 \\ 2x = -4 \end{cases} \iff \begin{cases} y = 3 \\ x = -2 \end{cases} \end{aligned}$$

**Soluția:**  $(x, y) = (-2, 3)$ .

**Exercițiul 3.** Transformă sistemul și rezolvă prin substituție:

$$(a) \begin{cases} x = 2(y + 1) - 16 \\ x + y = -5 \end{cases}$$

$$(b) \begin{cases} y = 4 - 2x \\ 3x + 4y = 10 \end{cases}$$

**Rezolvare:**

(a)

$$\begin{aligned} & \begin{cases} x = 2(y + 1) - 16 \\ x + y = -5 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} x = 2y - 14 \\ (2y - 14) + y = -5 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} x = 2y - 14 \\ 3y - 14 = -5 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} x = 2y - 14 \\ y = 3 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} x = -8 \\ y = 3 \end{cases} \end{aligned}$$

**Soluția:**  $(x, y) = (-8, 3)$ .

(b)

$$\begin{aligned} & \begin{cases} y = 4 - 2x \\ 3x + 4y = 10 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} y = 4 - 2x \\ 3x + 4(4 - 2x) = 10 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} y = 4 - 2x \\ 3x + 16 - 8x = 10 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} y = 4 - 2x \\ -5x = -6 \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} x = \frac{6}{5} \\ y = 4 - 2 \cdot \frac{6}{5} \end{cases} \\ \Leftrightarrow & \begin{cases} x = \frac{6}{5} \\ y = \frac{8}{5} \end{cases} \end{aligned}$$

**Soluția:**  $(x, y) = \left(\frac{6}{5}, \frac{8}{5}\right)$ .

**Exercițiul 4.** Rezolvă prin reducere sistemele:

$$(a) \begin{cases} 3(x+2) + 2y = y - 5 \\ x + y = 1 \end{cases}$$

$$(b) \begin{cases} 2x + 2(y-6) = 3x - 6 \\ x - y = 4 \end{cases}$$

**Rezolvare:**

(a) *Desfac parantezele și reduc:*

$$\begin{aligned} & \begin{cases} 3x + 6 + 2y = y - 5 \\ x + y = 1 \end{cases} \\ & \iff \begin{cases} 3x + y = -11 \\ x + y = 1 \end{cases} \\ & \iff \begin{cases} (3x + y) - (x + y) = -11 - 1 \\ x + y = 1 \end{cases} \\ & \iff \begin{cases} 2x = -12 \\ x + y = 1 \end{cases} \\ & \iff \begin{cases} x = -6 \\ y = 7 \end{cases} \end{aligned}$$

**Soluția:**  $(x, y) = (-6, 7)$ .

(b) *Transform ecuația 1 și apoi elimin variabila:*

$$\begin{aligned} & \begin{cases} 2x + 2y - 12 = 3x - 6 \\ x - y = 4 \end{cases} \\ & \iff \begin{cases} -x + 2y = 6 \\ x - y = 4 \end{cases} \\ & \iff \begin{cases} -x + 2y = 6 \\ 2x - 2y = 8 \end{cases} \\ & \iff \begin{cases} (-x + 2y) + (2x - 2y) = 6 + 8 \\ x - y = 4 \end{cases} \end{aligned}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 14 \\ x - y = 4 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 14 \\ y = 10 \end{cases}$$

**Soluția:**  $(x, y) = (14, 10)$ .

**Exercițiul 5.** Creează și rezolvă un sistem propriu:

(a) Cu soluția  $x = 2, y = -1$

(b) Cu soluția  $x = 0, y = 3$

**Rezolvare:**

(a) *Aleg un sistem simplu care are soluția dată, apoi îl rezolv:*

$$\begin{cases} x + y = 1 \\ 2x - y = 5 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 1 \\ (2x - y) + (x + y) = 5 + 1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 1 \\ 3x = 6 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 2 \\ y = -1 \end{cases}$$

(b) *Aleg alt sistem cu soluția indicată:*

$$\begin{cases} x + y = 3 \\ 2x - y = -3 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 3 \\ (2x - y) + (x + y) = -3 + 3 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x + y = 3 \\ 3x = 0 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 0 \\ y = 3 \end{cases}$$

*Ambele sisteme au soluțiile cerute.*

**Succes!**