

Rezolvare - Fișă de lucru

Lecția 3 - Modulul unui număr real. Compararea numerelor reale

Clasa a 7-a – Capitolul 1 - Mulțimea numerelor reale

Instrucțiuni

Rezolvă exercițiile de mai jos folosind noțiunile despre modul, mulțimi de numere și compararea numerelor reale. Durata recomandată: **30–40 de minute**.

Exerciții

Exercițiul 1. Stabilește valoarea de adevăr a următoarelor afirmații:

- (a) $-3 \in \mathbb{N}$
- (b) $0 \in \mathbb{Z}$
- (c) $5 \in \mathbb{Q}$
- (d) $-2,5 \in \mathbb{R}$

Rezolvare:

Folosim: $\mathbb{N}$ — numere naturale (negre), $\mathbb{Z}$ — întregi, $\mathbb{Q}$ — raționale, $\mathbb{R}$ — reale. În această fișă luăm $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, \dots\}$.

- (a) *Fals. -3 este negativ, deci nu este natural.*
- (b) *Adevărat. 0 este număr întreg, deci $0 \in \mathbb{Z}$.*
- (c) *Adevărat. Orice întreg este rațional: $5 = \frac{5}{1} \in \mathbb{Q}$.*
- (d) *Adevărat. $-2,5$ este număr real (rațional), deci $-2,5 \in \mathbb{R}$.*

Exercițiul 2. Fie mulțimea $M = \{4, 2, -9, 8, \sqrt{3}, 10, \frac{17}{9}\}$. Precizează:

- (a) $M \cap \mathbb{N}$

- (b) $M \cap \mathbb{Z}$
- (c) $M \cap \mathbb{Q}$
- (d) $M \cap \mathbb{R}$

Rezolvare:

- (a) $M \cap \mathbb{N} = \{2, 4, 8, 10\}$ (numere naturale din listă).
- (b) $M \cap \mathbb{Z} = \{2, 4, -9, 8, 10\}$ (toate întregile din listă).
- (c) $M \cap \mathbb{Q} = \{2, 4, -9, 8, 10, \frac{17}{9}\}$ (toate raționalele; $\sqrt{3} \notin \mathbb{Q}$).
- (d) $M \cap \mathbb{R} = M$ (toate elementele date sunt reale).

Exercițiul 3. Fie mulțimea $A = \{-6, -1, 0, 1, \sqrt{2}, 2, 5, 3\}$. Precizează:

- (a) $A \cap \mathbb{N}$
- (b) $A \cap \mathbb{Z}$
- (c) $A \cap \mathbb{Q}$
- (d) $A \cap \mathbb{R}$

Rezolvare:

Cu $\mathbb{N} = \{0, 1, 2, \dots\}$:

- (a) $A \cap \mathbb{N} = \{0, 1, 3\}$.
- (b) $A \cap \mathbb{Z} = \{-6, -1, 0, 1, 3\}$.
- (c) $A \cap \mathbb{Q} = \{-6, -1, 0, 1, \frac{5}{2}, 3\}$ (adică adăugăm $2,5 = \frac{5}{2}$; $\sqrt{2}$ nu este rațional).
- (d) $A \cap \mathbb{R} = A$ (toate sunt reale).

Exercițiul 4. Determină elementele mulțimii $B = \{x \in \mathbb{Z} \mid -3 \leq x < 4\}$.

Rezolvare:

Condiția $-3 \leq x < 4$ și $x \in \mathbb{Z}$ dă:

$$B = \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}.$$

Exercițiul 5. Comparați următoarele perechi de numere reale:

- (a) 3 și -2
- (b) $-2,6$ și $-2,7$
- (c) $1,4$ și $\sqrt{2}$
- (d) -5 și $-\sqrt{27}$

Rezolvare:

Pe axă: la dreapta este mai mare; putem folosi și aproximări/sau pătrate (pentru pozitive).

- (a) $3 > -2$ (număr pozitiv vs negativ).
- (b) $-2,6 > -2,7$ (dintre două numere negative, cel cu modul mai mic este mai mare).
- (c) Comparăm $1,4$ cu $\sqrt{2}$. Știm $1,4^2 = 1,96 < 2$, deci $1,4 < \sqrt{2} \approx 1,4142$.
- (d) Comparăm la negative: $-\sqrt{27}$ și -5 . Cum $\sqrt{27} \approx 5,196 > 5$, rezultă $-\sqrt{27} < -5$, deci $-5 > -\sqrt{27}$.

Exercițiul 6. Calculează:

- (a) $|-15|$
- (b) $|3 - 7|$
- (c) $|- \sqrt{5} + 4|$
- (d) $|2 - \sqrt{3}| + |\sqrt{3} - 2|$

Rezolvare:

- (a) $|-15| = 15$.
- (b) $|3 - 7| = |-4| = 4$.
- (c) $|- \sqrt{5} + 4| = |4 - \sqrt{5}|$. Cum $\sqrt{5} \approx 2,236 < 4$, expresia din modul este pozitivă, deci $= 4 - \sqrt{5}$.
- (d) Observăm $|\sqrt{3} - 2| = |-(2 - \sqrt{3})| = |2 - \sqrt{3}|$.
Prin urmare,

$$|2 - \sqrt{3}| + |\sqrt{3} - 2| = |2 - \sqrt{3}| + |2 - \sqrt{3}| = 2|2 - \sqrt{3}| = 4 - 2\sqrt{3}.$$

Exercițiul 7. Scrie toate valorile întregi posibile ale lui x astfel încât:

- (a) $|x + 2| < 5$

$$(b) \quad |x - 5| = 5$$

$$(c) \quad |2x + 1| = 2$$

$$(d) \quad |x| \leq 3$$

Rezolvare:

$$(a) \quad |x + 2| < 5 \iff -5 < x + 2 < 5 \iff -7 < x < 3.$$

$$x \in \mathbb{Z} \text{ dă: } x \in \{-6, -5, -4, -3, -2, -1, 0, 1, 2\}.$$

$$(b) \quad |x - 5| = 5 \iff \begin{cases} x - 5 = 5 \\ x - 5 = -5 \end{cases} \iff \begin{cases} x = 10 \\ x = 0 \end{cases}, \text{ deci } x \in \{0, 10\}.$$

$$(c) \quad |2x + 1| = 2 \iff \begin{cases} 2x + 1 = 2 \\ 2x + 1 = -2 \end{cases} \iff \begin{cases} 2x = 1 \\ 2x = -3 \end{cases} \iff \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ x = -\frac{3}{2} \end{cases}.$$

Nu există soluții întregi $\Rightarrow$ niciun $x \in \mathbb{Z}$.

$$(d) \quad |x| \leq 3 \iff -3 \leq x \leq 3.$$

$$x \in \{-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3\}.$$

Exercițiul 8. Ordonăți crescător următoarele numere:

$$-5, \quad -2,3, \quad -\sqrt{2}, \quad 0, \quad \sqrt{2}, \quad 1,5, \quad 3$$

Rezolvare:

Folosim $\sqrt{2} \approx 1,4142$ și $-\sqrt{2} \approx -1,4142$.

$$-5 < -2,3 < -\sqrt{2} < 0 < \sqrt{2} < 1,5 < 3.$$

Succes!