

Rezolvare - Fișă de lucru

Lecția 3 – Distanța dintre două puncte în plan

Clasa a 7-a – Capitolul 3 – Logică și mulțimi

Instrucțiuni

Aplică formula distanței dintre două puncte. Scrie pași *clar*, simplifică radicalii și, unde e util, adaugă o aproximație zecimală.

Formula folosită: pentru $P(x_1, y_1)$, $Q(x_2, y_2)$,

$$d(P, Q) = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}.$$

Exerciții

Exercițiul 1. Calculează distanța dintre următoarele perechi de puncte:

- (a) $A(3, 2)$, $B(7, 2)$
- (b) $C(1, 3)$, $D(1, 9)$
- (c) $E(0, 5)$, $F(5, 0)$
- (d) $G(-4, 3)$, $H(2, -1)$

Rezolvare:

Aplic formula și simplific:

$$(a) \ d(A, B) = \sqrt{(7 - 3)^2 + (2 - 2)^2} = \sqrt{4^2 + 0^2} = 4.$$

$$(b) \ d(C, D) = \sqrt{(1 - 1)^2 + (9 - 3)^2} = \sqrt{0 + 36} = 6.$$

$$(c) \ d(E, F) = \sqrt{(5 - 0)^2 + (0 - 5)^2} = \sqrt{25 + 25} = 5\sqrt{2}$$

$$(d) \ d(G, H) = \sqrt{(2 - (-4))^2 + (-1 - 3)^2} = \sqrt{6^2 + (-4)^2} = \sqrt{52} = 2\sqrt{13}$$

Exercițiul 2. Distanța de la origine $O(0, 0)$:

- (a) $A(1, 2)$

(b) $B(3, -1)$

(c) $C(-1, 4)$

(d) $D(2, 3)$

Rezolvare:

Folosesc $d(O, P) = \sqrt{x^2 + y^2}$:

(a) $d(O, A) = \sqrt{1^2 + 2^2} = \sqrt{5} \approx 2,24.$

(b) $d(O, B) = \sqrt{3^2 + (-1)^2} = \sqrt{10} \approx 3,16.$

(c) $d(O, C) = \sqrt{(-1)^2 + 4^2} = \sqrt{17} \approx 4,12.$

(d) $d(O, D) = \sqrt{2^2 + 3^2} = \sqrt{13} \approx 3,61.$

Exercițiul 3. Calculează distanța:

(a) $M(0, 5), N(5, 0)$

(b) $P(7, 0), Q(0, 0)$

(c) $R(1, -2), S(-2, 2)$

(d) $T(-3, -1), U(4, 3)$

Rezolvare:

(a) $d(M, N) = \sqrt{(5-0)^2 + (0-5)^2} = 5\sqrt{2}.$

(b) $d(P, Q) = \sqrt{(7-0)^2 + (0-0)^2} = 7.$

(c) $d(R, S) = \sqrt{(-2-1)^2 + (2-(-2))^2} = \sqrt{(-3)^2 + 4^2} = \sqrt{25} = 5.$

(d) $d(T, U) = \sqrt{(4-(-3))^2 + (3-(-1))^2} = \sqrt{7^2 + 4^2} = \sqrt{65}$

Exercițiul 4. Pătrat cu vârfuri $A(0, 2), B(5, 0)$. Calculează:

(a) AB

(b) Perimetrul și aria

Rezolvare:

(a) $AB = \sqrt{(5-0)^2 + (0-2)^2} = \sqrt{25+4} = \sqrt{29}.$

(b) $P = 4 \cdot AB = 4\sqrt{29}$, iar $\mathcal{A} = (AB)^2 = 29.$

Exercițiul 5. Triunghiul $A(2, 5), B(0, 3), C(3, 6)$:

- (a) Lungimile laturilor
- (b) Perimetrul

Rezolvare:

$$AB = \sqrt{(2-0)^2 + (5-3)^2} = \sqrt{4+4} = 2\sqrt{2}.$$

$$BC = \sqrt{(3-0)^2 + (6-3)^2} = \sqrt{9+9} = 3\sqrt{2}.$$

$$AC = \sqrt{(3-2)^2 + (6-5)^2} = \sqrt{1+1} = \sqrt{2}.$$

$$\text{Perimetrul: } p = 2\sqrt{2} + 3\sqrt{2} + \sqrt{2} = 6\sqrt{2}$$

Observație: punctele sunt coliniare (toate au panta 1), deci triunghiul este degenerat.

Exercițiul 6. Punctele $A(2, -3)$, $B(-1, 3)$, $C(7, 5)$.

- (a) Mijlocul M al lui BC
- (b) Lungimea medianei AM

Rezolvare:

$$(a) \quad M \left(\frac{-1+7}{2}, \frac{3+5}{2} \right) = (3, 4).$$

$$(b) \quad AM = \sqrt{(3-2)^2 + (4-(-3))^2} = \sqrt{1+49} = \sqrt{50} = 5\sqrt{2}$$

Exercițiul 7. $M(3, 0)$, $N(1, 2)$, $P(7, 4)$. Arată că $\triangle MNP$ e dreptunghic.

Rezolvare:

$$\text{Calculez pătratele laturilor: } MN^2 = (1-3)^2 + (2-0)^2 = 8,$$

$$MP^2 = (7-3)^2 + (4-0)^2 = 32, \quad NP^2 = (7-1)^2 + (4-2)^2 = 40.$$

Verific: $MN^2 + MP^2 = 8 + 32 = 40 = NP^2 \Rightarrow$ triunghi dreptunghic, unghiul drept la M (ipotenuză NP).

Succes!