

Rezolvare - Fișă de lucru

Lecția 2 - Rădăcina pătrată a unui număr rațional pozitiv

Clasa a 7-a – Capitolul 1 - Mulțimea numerelor reale

Instrucțiuni

Rezolvă exercițiile de mai jos cu grijă, folosind proprietățile învățate despre rădăcina pătrată. Verifică rezultatele zecimale și fracționare. Durata recomandată: **40-50 de minute**.

Exerciții

Exercițiul 1. Calculează următoarele rădăcini pătrate:

(a) $\sqrt{25}$

(b) $\sqrt{0,36}$

(c) $\sqrt{\frac{9}{16}}$

(d) $\sqrt{2,25}$

Rezolvare:

(a) $\sqrt{25} = \sqrt{5^2} = 5.$

(b) $\sqrt{0,36} = \sqrt{\left(\frac{6}{10}\right)^2} = \frac{6}{10} = 0,6.$

(c) $\sqrt{\frac{9}{16}} = \sqrt{\frac{3^2}{4^2}} = \frac{3}{4} = 0,75.$

(d) $\sqrt{2,25} = \sqrt{\left(\frac{15}{10}\right)^2} = \frac{15}{10} = 1,5.$

Exercițiul 2. Calculează:

- (a) $\sqrt{32,49}$
- (b) $\sqrt{0,09}$
- (c) $\sqrt{25600}$
- (d) $\sqrt{289}$

Rezolvare:

$$(a) \sqrt{32,49} = \sqrt{(5,7)^2} = 5,7.$$

$$(b) \sqrt{0,09} = \sqrt{\left(\frac{3}{10}\right)^2} = 0,3.$$

$$(c) \sqrt{25600} = \sqrt{160^2} = 160.$$

$$(d) \sqrt{289} = \sqrt{17^2} = 17.$$

Exercițiul 3. Determină suma numerelor m și n , știind că:

- (a) $m = \sqrt{49}$, $n = \sqrt{1,69}$
- (b) $m = 1 + \sqrt{6,25}$, $n = \sqrt{2,25}$

Rezolvare:

$$(a) \quad m = \sqrt{49} = \sqrt{7^2} = 7, \quad n = \sqrt{1,69} = \sqrt{(1,3)^2} = 1,3.$$

$$m + n = 7 + 1,3 = 8,3.$$

$$(b) \quad \sqrt{6,25} = \sqrt{\left(\frac{25}{10}\right)^2} = 2,5 \Rightarrow m = 1 + 2,5 = 3,5.$$

$$n = \sqrt{2,25} = \sqrt{\left(\frac{15}{10}\right)^2} = 1,5.$$

$$m + n = 3,5 + 1,5 = 5.$$

Exercițiul 4. Află valoarea expresiei:

$$\sqrt{0,25} + \sqrt{0,36} - \sqrt{1,44} + \sqrt{\frac{4}{9}}$$

Rezolvare:

$$\sqrt{0,25} = \sqrt{\left(\frac{1}{2}\right)^2} = \frac{1}{2}, \quad \sqrt{0,36} = \sqrt{\left(\frac{3}{5}\right)^2} = \frac{3}{5},$$

$$\sqrt{1,44} = \sqrt{\left(\frac{12}{10}\right)^2} = \frac{6}{5}, \quad \sqrt{\frac{4}{9}} = \sqrt{\frac{2^2}{3^2}} = \frac{2}{3}.$$

Calculăm pe numitor comun 30:

$$\frac{1}{2} + \frac{3}{5} - \frac{6}{5} + \frac{2}{3} = \frac{15}{30} + \frac{18}{30} - \frac{36}{30} + \frac{20}{30} = \frac{17}{30}.$$

Rezultatul este $\frac{17}{30} = 0,566\dots$

Exercițiul 5. Estimează cel mai mare număr întreg n astfel încât:

(a) $n \leq \sqrt{197}$

(b) $n \leq \sqrt{556}$

(c) $n \leq \sqrt{999}$

(d) $n \leq \sqrt{1250}$

Rezolvare:

Idee: căutăm două pătrate perfecte consecutive k^2 și $(k+1)^2$ între care se află numărul; atunci $k < \sqrt{\cdot} < k+1$, deci cel mai mare întreg n cu $n \leq \sqrt{\cdot}$ este k .

(a) $14^2 = 196$ și $15^2 = 225$. Cum $196 < 197 < 225$, avem

$$14 < \sqrt{197} < 15 \Rightarrow n = 14.$$

(b) $23^2 = 529$ și $24^2 = 576$. Cum $529 < 556 < 576$, atunci

$$23 < \sqrt{556} < 24 \Rightarrow n = 23.$$

(c) $31^2 = 961$ și $32^2 = 1024$. Cum $961 < 999 < 1024$, rezultă

$$31 < \sqrt{999} < 32 \Rightarrow n = 31.$$

(d) $35^2 = 1225$ și $36^2 = 1296$. Cum $1225 < 1250 < 1296$, avem

$$35 < \sqrt{1250} < 36 \Rightarrow n = 35.$$

Exercițiul 6. Află cel mai mic număr întreg k astfel încât:

(a) $k \geq \sqrt{2,25}$

(b) $k \geq \sqrt{145}$

(c) $k \geq \sqrt{351}$

(d) $k \geq \sqrt{625}$

Rezolvare:

Idee: găsim k ca cel mai mic întreg mai mare sau egal cu radicalul (rotunjire în sus). Folosim încadrări cu pătrate perfecte.

(a) $\sqrt{2,25} = \sqrt{\left(\frac{15}{10}\right)^2} = 1,5.$ Cel mai mic întreg $\geq 1,5$ este

$$k = 2.$$

(b) $12^2 = 144 < 145 \leq 13^2.$ Deci $12 < \sqrt{145} \leq 13$, iar cel mai mic întreg $\geq \sqrt{145}$ este

$$k = 13.$$

(c) $18^2 = 324 < 351 \leq 19^2.$ Deci $18 < \sqrt{351} \leq 19$, iar cel mai mic întreg $\geq \sqrt{351}$ este

$$k = 19.$$

(d) $\sqrt{625} = \sqrt{25^2} = 25.$ Cel mai mic întreg ≥ 25 este

$$k = 25.$$

Exercițiul 7. Calculează următoarele expresii mixte:

(a) $2 \cdot \sqrt{0,16} + 3 \cdot \sqrt{0,04}$

(b) $5 \cdot \sqrt{0,81} - \sqrt{2,25}$

(c) $\sqrt{3,24} + \sqrt{1,44} - \sqrt{0,25}$

(d) $\sqrt{64} \cdot \sqrt{0,25}$

Rezolvare:

Transformăm mai întâi fracțiile zecimale în fracții ordinare în interiorul radicalului, apoi extragem rădăcina:

(a) $\sqrt{0,16} = \sqrt{\frac{16}{100}} = \sqrt{\frac{4^2}{10^2}} = \frac{4}{10} = 0,4,$

$\sqrt{0,04} = \sqrt{\frac{4}{100}} = \sqrt{\frac{2^2}{10^2}} = \frac{2}{10} = 0,2.$

$$2 \cdot 0,4 + 3 \cdot 0,2 = 0,8 + 0,6 = 1,4.$$

$$(b) \sqrt{0,81} = \sqrt{\frac{81}{100}} = \sqrt{\frac{9^2}{10^2}} = \frac{9}{10} = 0,9,$$

$$\sqrt{2,25} = \sqrt{\frac{225}{100}} = \sqrt{\frac{15^2}{10^2}} = \frac{15}{10} = 1,5.$$

$$5 \cdot 0,9 - 1,5 = 4,5 - 1,5 = 3.$$

$$(c) \sqrt{3,24} = \sqrt{\frac{324}{100}} = \sqrt{\frac{18^2}{10^2}} = \frac{18}{10} = 1,8,$$

$$\sqrt{1,44} = \sqrt{\frac{144}{100}} = \sqrt{\frac{12^2}{10^2}} = \frac{12}{10} = 1,2,$$

$$\sqrt{0,25} = \sqrt{\frac{25}{100}} = \sqrt{\frac{5^2}{10^2}} = \frac{5}{10} = 0,5.$$

$$1,8 + 1,2 - 0,5 = 2,5.$$

$$(d) \sqrt{64} = \sqrt{8^2} = 8, \quad \sqrt{0,25} = \sqrt{\frac{25}{100}} = \frac{5}{10} = 0,5.$$

$$8 \cdot 0,5 = 4.$$

Exercițiul 8. Aplică regula $\sqrt{a \cdot b} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b}$ pentru a calcula:

$$(a) \sqrt{0,36 \cdot 25}$$

$$(b) \sqrt{4 \cdot 0,09}$$

$$(c) \sqrt{16 \cdot \frac{1}{4}}$$

$$(d) \sqrt{9 \cdot 0,49}$$

Rezolvare:

Despărțim produsul în doi radicali și extragem pe fiecare:

$$(a) \sqrt{0,36 \cdot 25} = \sqrt{0,36} \cdot \sqrt{25} = \sqrt{\frac{36}{100}} \cdot \sqrt{5^2} = \frac{6}{10} \cdot 5 = 3.$$

$$(b) \sqrt{4 \cdot 0,09} = \sqrt{4} \cdot \sqrt{0,09} = 2 \cdot \sqrt{\frac{9}{100}} = 2 \cdot \frac{3}{10} = 0,6.$$

$$(c) \sqrt{16 \cdot \frac{1}{4}} = \sqrt{16} \cdot \sqrt{\frac{1}{4}} = 4 \cdot \frac{1}{2} = 2.$$

$$(d) \sqrt{9 \cdot 0,49} = \sqrt{9} \cdot \sqrt{0,49} = 3 \cdot \sqrt{\frac{49}{100}} = 3 \cdot \frac{7}{10} = 2,1.$$