

Fișă de lucru

Lecția 1 - Prisma dreaptă. Paralelipipedul dreptunghic

Clasa a 8-a – Capitolul 2 – Aree și volume

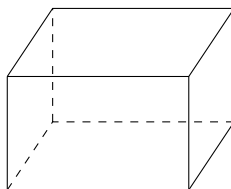
Instrucțiuni

Rezolvă exercițiile folosind formulele pentru aria laterală, aria totală și volumul prisme drepte și ale paralelipipedului. *Reține: Pentru drumul minim pe suprafața unui corp, trebuie să desenezi desfășurarea fețelor în plan.* Durata recomandată: **45–50 minute**.

Exerciții

Exercițiul 1. Un paralelipiped dreptunghic are dimensiunile $L = 8$ cm, $l = 4$ cm și $h = 5$ cm. Calculați:

- (a) Aria totală a paralelipipedului.
- (b) Volumul paralelipipedului.



Exercițiul 2. O prismă patrulateră regulată are aria totală egală cu 112 cm^2 și latura bazei de 4 cm. Calculați înălțimea și volumul prisme.

Exercițiul 3. O prismă triunghiulară regulată are latura bazei $l = 6$ cm și înălțimea $h = 8$ cm. Calculați aria laterală a prisme.

Exercițiul 4. O prismă hexagonală regulată are înălțimea $h = 10$ cm și aria laterală $A_l = 240 \text{ cm}^2$. Calculați:

- (a) Latura bazei.
- (b) Volumul prisme.

Exercițiul 5. Diagonala unui paralelipiped dreptunghic are lungimea de $\sqrt{77}$ cm. Știind că dimensiunile bazei sunt 4 cm și 5 cm, calculați înălțimea și aria totală a paralelipipedului.

Exercițiul 6. O prismă patrulateră regulată are volumul $V = 128 \text{ cm}^3$ și înălțimea egală cu dublul laturii bazei ($h = 2L$). Calculați aria laterală a prisme.

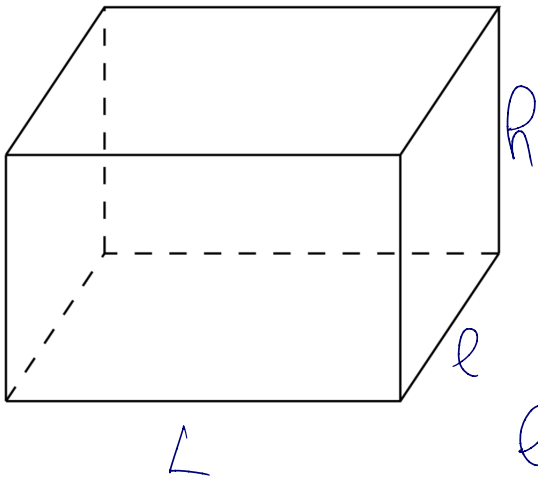
Exercițiul 7. Un paralelipiped dreptunghic are suma tuturor muchiilor egală cu 48 cm, iar dimensiunile sale sunt direct proporționale cu numerele 1, 2 și 3. Calculați lungimea diagonalei paralelipipedului și aria sa totală.

Exercițiul 8. Se consideră un paralelipiped dreptunghic $ABCD A' B' C' D'$ cu dimensiunile bazei $AB = 4$ cm, $BC = 2$ cm și înălțimea $AA' = 8$ cm. O furnică pornește din vârful A și vrea să ajungă în vârful C' , deplasându-se doar pe fețele laterale ale prisme (fără a atinge bazele de sus sau de jos). Calculați lungimea celui mai scurt drum pe care îl poate parcurge furnica.

Succes!

Exercițiul 1. Un paralelipiped dreptunghic are dimensiunile $L = 8$ cm, $l = 4$ cm și $h = 5$ cm. Calculați:

- (a) Aria totală a paralelipipedului.
- (b) Volumul paralelipipedului.



$$a) A_t = 2(L \cdot l + L \cdot h + l \cdot h)$$

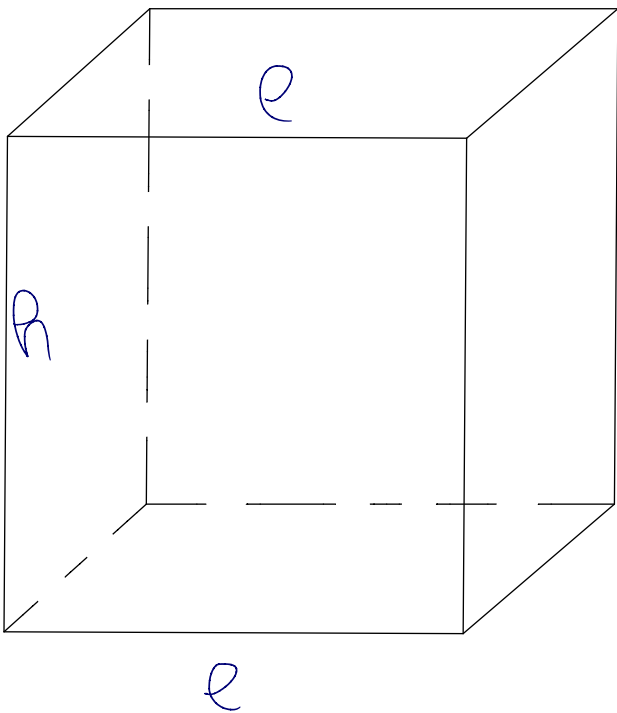
$$A_t = 2(8 \cdot 4 + 8 \cdot 5 + 4 \cdot 5)$$

$$A_t = 2(32 + 40 + 20) = 2 \cdot 92$$

$$\Rightarrow A_t = 184 \text{ cm}^2$$

$$b) V = L \cdot l \cdot h = 8 \cdot 4 \cdot 5 = 32 \cdot 5 = 160 \text{ cm}^3$$

Exercițiul 2. O prismă patrulateră regulată are aria totală egală cu 112 cm^2 și latura bazei de 4 cm. Calculați înălțimea și volumul prisme.



$$A_t = A_e + 2 \cdot A_b$$

$$A_t = 112 \text{ cm}^2$$

$$A_b = l^2 = 4^2 = 16 \text{ cm}^2$$

$$\Rightarrow 112 = A_e + 2 \cdot 16 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow A_e = 112 - 32 = 80 \text{ cm}^2$$

$$A_e = P_b \cdot h = 4 \cdot l \cdot h$$

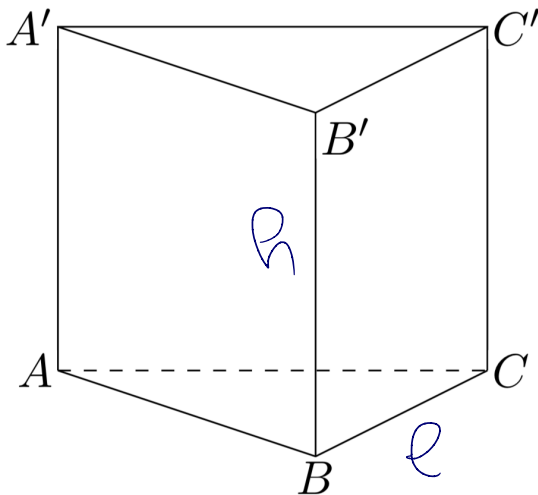
$$4 \cdot l \cdot h = 80 \Rightarrow 16h = 80 : 16$$

$$l = 4$$

$$h = 5 \text{ cm}$$

$$V = A_b \cdot h = 16 \cdot 5 \Rightarrow V = 80 \text{ cm}^3$$

Exercițiul 3. O prismă triunghiulară regulată are latura bazei $l = 6$ cm și înălțimea $h = 8$ cm. Calculați aria laterală a prisme.



$$A_l = P_b \cdot h$$

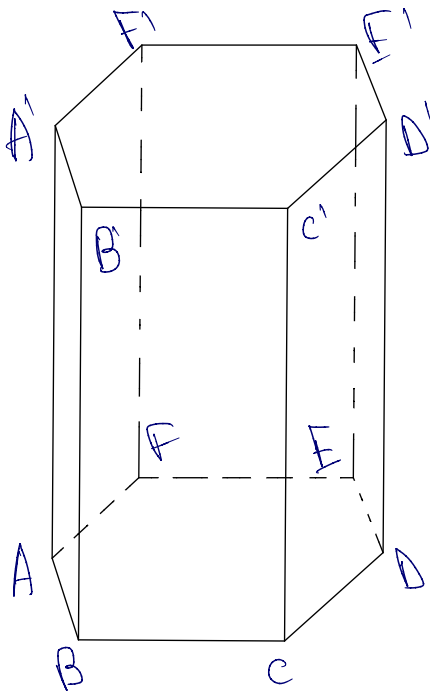
$$\text{Baza} = \triangle \text{echilateral} \Rightarrow P_b = 3l$$

$$\Rightarrow A_l = 3 \cdot l \cdot h = 3 \cdot 6 \cdot 8$$

$$A_l = 18 \cdot 8 = 144 \text{ cm}^2$$

Exercițiul 4. O prismă hexagonală regulată are înălțimea $h = 10$ cm și aria laterală $A_l = 240 \text{ cm}^2$. Calculați:

- Latura bazei.
- Volumul prisme.



$$a) P_b = 6 \cdot l \text{ (hexagon regulat)}$$

$$\left. \begin{array}{l} A_l = P_b \cdot h \\ A_l = 240 \text{ cm}^2 \\ P_b = 6 \cdot l \\ h = 10 \text{ cm} \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{array}{l} 6 \cdot l \cdot 10 = 240 \\ 60l = 240 \quad | :60 \\ l = 4 \text{ cm} \end{array}$$

$$b) V = A_b \cdot h$$

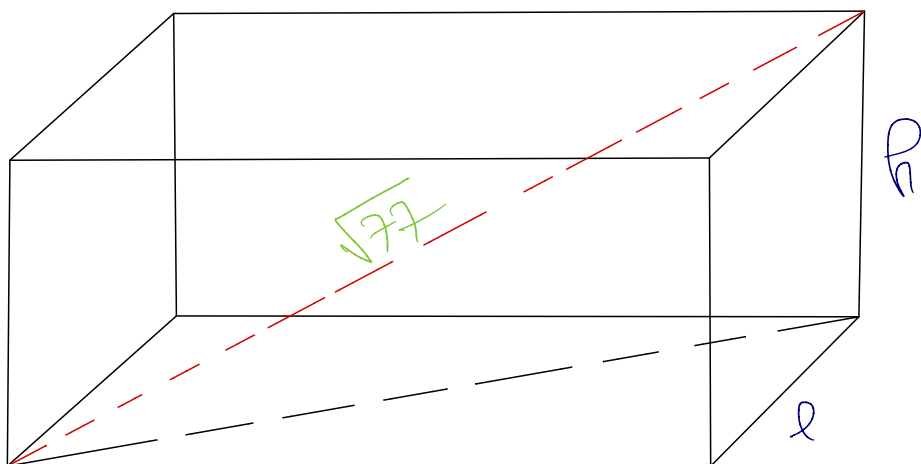
Hexagonul regulat, ca suprafață, este format din 6 triunghiuri echilaterale. Putem afla A_b folosind

$$\text{asta: } A_b = 6 \cdot A_{\triangle} = 6 \cdot \frac{l^2 \sqrt{3}}{4}$$

$$\Rightarrow A_b = \frac{3l^2 \sqrt{3}}{2} = \frac{3 \cdot 4^2 \sqrt{3}}{2} = \frac{48 \sqrt{3}}{2} = 24 \sqrt{3} \text{ cm}^2$$

$$\Rightarrow V = 24 \sqrt{3} \cdot 10 = 240 \sqrt{3} \text{ cm}^3$$

Exercițiul 5. Diagonala unui paralelipiped dreptunghic are lungimea de $\sqrt{77}$ cm. Știind că dimensiunile bazei sunt 4 cm și 5 cm, calculați înălțimea și aria totală a paralelipipedului.



Formula pentru ^Ldiagonala paralelipipedului:

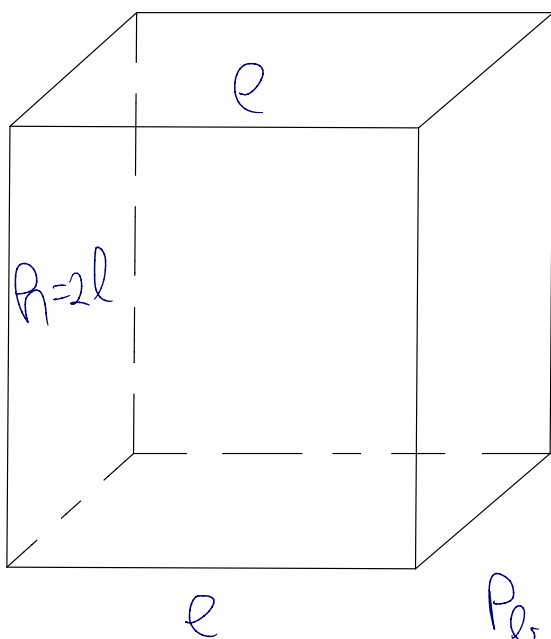
$$d = \sqrt{L^2 + l^2 + h^2} \Rightarrow \sqrt{77} = \sqrt{5^2 + 4^2 + h^2} \quad |^2$$

$$\Rightarrow 25 + 16 + h^2 = 77 \Rightarrow 41 + h^2 = 77 \quad | -41 \Rightarrow h^2 = 36 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow h = \sqrt{36} \Rightarrow h = 6 \text{ cm}$$

$$A_t = 2(L \cdot l + l \cdot h + L \cdot h) = 2(4 \cdot 5 + 4 \cdot 6 + 5 \cdot 6) = 2(20 + 24 + 30) \\ = 2 \cdot 74 \Rightarrow A_t = 148 \text{ cm}^2$$

Exercițiul 6. O prismă patrulateră regulată are volumul $V = 128 \text{ cm}^3$ și înălțimea egală cu dublul laturii bazei ($h = 2L$). Calculați aria laterală a prisme.



$$\left. \begin{array}{l} V = A_b \cdot h \\ A_b = l^2 \\ h = 2l \end{array} \right\} \Rightarrow \left. \begin{array}{l} V = l^2 \cdot 2l \\ V = 128 \text{ cm}^3 \end{array} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 2l^3 = 128 \quad | :2$$

$$l^3 = 64 \Rightarrow l = 4 \text{ cm}$$

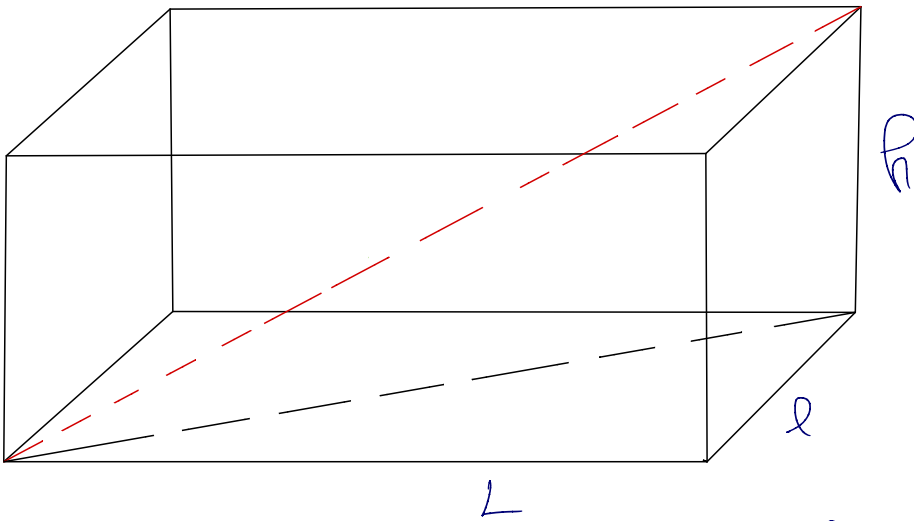
$$A_l = P_b \cdot h$$

$$P_b = 4l = 4 \cdot 4 = 16 \text{ cm}$$

$$h = 2 \cdot l = 2 \cdot 4 = 8 \text{ cm}$$

$$\Rightarrow A_l = 16 \cdot 8 = 128 \text{ cm}^2$$

Exercițiul 7. Un paralelipiped dreptunghic are suma tuturor muchiilor egală cu 48 cm, iar dimensiunile sale sunt direct proporționale cu numerele 1, 2 și 3. Calculați lungimea diagonalei paralelipipedului și aria sa totală.



Suma tuturor muchiilor: $4L + 4l + 4R = 4(L + l + R) = 48 \quad | :4$

$$\Rightarrow L + l + R = 12 \text{ cm}$$

$$\{L, l, R\} \text{ d. p. } \{1, 2, 3\} \Rightarrow \frac{L}{1} = \frac{l}{2} = \frac{R}{3} \stackrel{\text{not}}{=} R \Rightarrow \begin{matrix} L = R \\ l = 2R \\ R = 3R \end{matrix}$$

$$\Rightarrow R + 2R + 3R = 12 \Rightarrow 6R = 12 \quad | :6 \Rightarrow R = 2$$

$$\Rightarrow L = 2 \text{ cm}$$

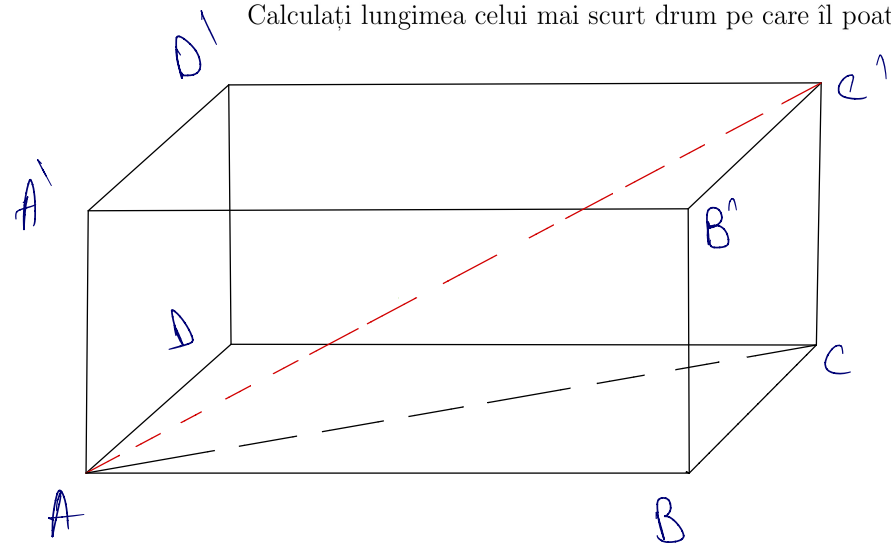
$$l = 2 \cdot 2 = 4 \text{ cm}$$

$$R = 3 \cdot 2 = 6 \text{ cm}$$

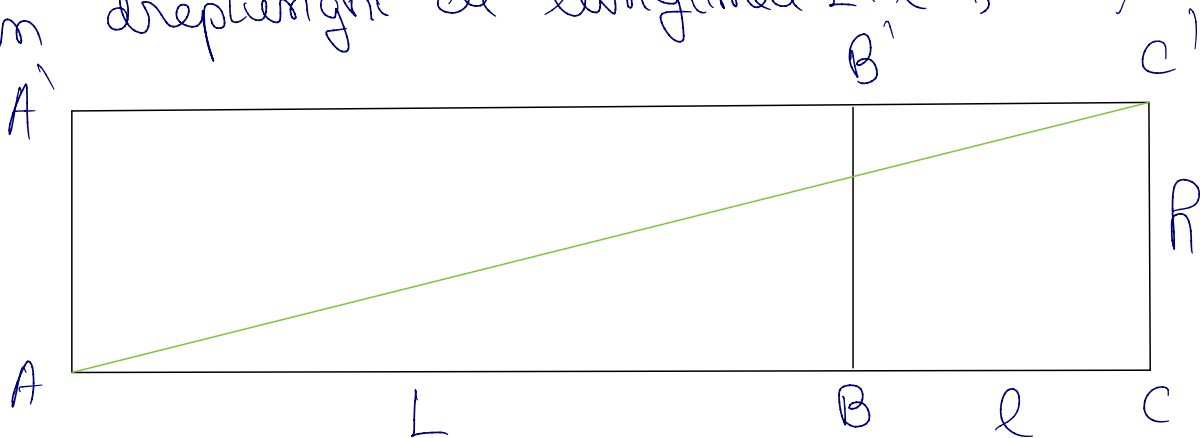
$$d = \sqrt{L^2 + l^2 + R^2} = \sqrt{2^2 + 4^2 + 6^2} = \sqrt{4 + 16 + 36} = \sqrt{56} = 2\sqrt{14} \text{ cm}$$

$$\begin{aligned} A_t &= 2(L \cdot l + l \cdot R + L \cdot R) = 2(2 \cdot 4 + 4 \cdot 6 + 2 \cdot 6) = \\ &= 2(8 + 24 + 12) = 2 \cdot 44 = 88 \text{ cm}^2 \end{aligned}$$

Exercițiul 8. Se consideră un paralelipiped dreptunghic $ABCD A' B' C' D'$ cu dimensiunile bazei $AB = 4$ cm, $BC = 2$ cm și înălțimea $AA' = 8$ cm. O furnică pornește din vârful A și vrea să ajungă în vârful C' , deplasându-se doar pe fețele laterale ale prismei (fără a atinge bazele de sus sau de jos). Calculați lungimea celui mai scurt drum pe care îl poate parcurge furnica.



Vârfurile A și C' sunt spuse. Pentru a ajunge pe un drum **minim** mergând pe fețe, traversăm 2 fețe adiacente. (De exemplu, $ABB' A'$ și $BCC' B'$.) În desfășurare, ele formează un dreptunghi cu lungimea $L + l$ și lățimea R :



Distanța minimă este această diagonală obținută din dreptunghiul format prin alăturarea celor două fețe.

$\triangle ACC'$ dreptunghi

În $\triangle ACC'$ dreptunghi aplicăm T.P.: $AC'^2 = AC^2 + CC'^2$

$$AC = L + l = 4 + 2 = 6 \text{ cm} ; CC' = R = 8 \text{ cm}$$

$$\Rightarrow AC' = \sqrt{6^2 + 8^2} = \sqrt{36 + 64} = \sqrt{100} \Rightarrow \underline{AC' = 10 \text{ cm}}$$