

Rezolvare - Fișă de lucru

Lecția 1 - Rădăcina pătrată a unui număr natural pătrat perfect

Clasa a 7-a – Capitolul 1 - Mulțimea numerelor reale

Instrucțiuni

Rezolvă exercițiile de mai jos cu atenție și calculează acolo unde este cazul. Folosește formulele învățate și descompunerea în factori primi. Durata recomandată: **30–40 de minute**.

Exerciții

Exercițiul 1. Scrie patru exemple de numere pătrate perfecte și precizează rădăcina pătrată a fiecăruia.

Rezolvare:

Exemple simple:

$$16 = 4^2 \Rightarrow \sqrt{16} = 4, \quad 25 = 5^2 \Rightarrow \sqrt{25} = 5,$$

$$36 = 6^2 \Rightarrow \sqrt{36} = 6, \quad 49 = 7^2 \Rightarrow \sqrt{49} = 7.$$

Un pătrat perfect este un număr natural scris ca n^2 .

Exercițiul 2. Scrie:

- (a) pătrate perfecte de două cifre;
- (b) pătrate perfecte cuprinse între 200 și 450;
- (c) pătrate perfecte mai mici decât 30;
- (d) trei pătrate perfecte consecutive.

Rezolvare:

(a) Două cifre: $4^2, 5^2, 6^2, 7^2, 8^2, 9^2 \Rightarrow 16, 25, 36, 49, 64, 81$.

(b) Între 200 și 450: verificăm

$$15^2 = 225$$

$$16^2 = 256$$

$$17^2 = 289$$

$$18^2 = 324$$

$$19^2 = 361$$

$$20^2 = 400$$

$$21^2 = 441$$

(iar $22^2 = 484 > 450$)

$\Rightarrow 225, 256, 289, 324, 361, 400, 441.$

(c) Mai mici decât 30:

$$1^2 = 1$$

$$2^2 = 4$$

$$3^2 = 9$$

$$4^2 = 16$$

$$5^2 = 25$$

(d) Trei consecutive (de ex.): $6^2 = 36$, $7^2 = 49$, $8^2 = 64$.

Exercițiul 3. Arată că următoarele numere sunt pătrate perfecte:

(a) $36 \cdot 16$

(b) $25 \cdot 81 \cdot 49$

(c) $121 \cdot 49$

(d) $64 \cdot 100$

Rezolvare:

Produsul unor pătrate perfecte este tot un pătrat perfect, deoarece $(a^2)(b^2) = (ab)^2$.

(a) $36 \cdot 16 = (6^2)(4^2) = (6 \cdot 4)^2 = 24^2 \Rightarrow \text{pătrat perfect.}$

(b) $25 \cdot 81 \cdot 49 = (5^2)(9^2)(7^2) = (5 \cdot 9 \cdot 7)^2 = 315^2 \Rightarrow \text{pătrat perfect.}$

(c) $121 \cdot 49 = (11^2)(7^2) = (11 \cdot 7)^2 = 77^2 \Rightarrow \text{pătrat perfect.}$

(d) $64 \cdot 100 = (8^2)(10^2) = (8 \cdot 10)^2 = 80^2 \Rightarrow \text{pătrat perfect.}$

Exercițiul 4. Calculează:

- (a) $\sqrt{49} + \sqrt{36}$
- (b) $\sqrt{25} + \sqrt{81}$
- (c) $\sqrt{100} - \sqrt{64}$
- (d) $\sqrt{144} + \sqrt{121}$

Rezolvare:

- (a) $\sqrt{49} + \sqrt{36} = 7 + 6 = 13.$
- (b) $\sqrt{25} + \sqrt{81} = 5 + 9 = 14.$
- (c) $\sqrt{100} - \sqrt{64} = 10 - 8 = 2.$
- (d) $\sqrt{144} + \sqrt{121} = 12 + 11 = 23.$

Exercițiul 5. Fie $x = 1 + 2 + 3 + \dots + 49$. Demonstrează că x este un pătrat perfect și calculează-l.

Rezolvare:

Suma primelor n numere naturale: $1 + 2 + \dots + n = \frac{n(n+1)}{2}$.

$$x = \frac{49 \cdot 50}{2} = 49 \cdot 25 = (7^2) \cdot (5^2) = (7 \cdot 5)^2 = 35^2.$$

Așadar x este pătrat perfect și $x = 35^2 = 1225$.

Exercițiul 6. Folosind descompunerea în factori primi, determină dacă următoarele numere sunt pătrate perfecte:

- (a) 576
- (b) 225
- (c) 400
- (d) 900

Rezolvare:

Un număr este pătrat perfect dacă în factorizarea primă toți exponenții sunt pari.

(a) $576 = 64 \cdot 9 = 2^6 \cdot 3^2$ (exponenți pari) $\Rightarrow$ pătrat perfect; $\sqrt{576} = 2^3 \cdot 3 = 24$.

(b) $225 = 15^2 = (3 \cdot 5)^2 = 3^2 \cdot 5^2 \Rightarrow \text{pătrat perfect}; \sqrt{225} = 15.$

(c) $400 = 16 \cdot 25 = 2^4 \cdot 5^2 \Rightarrow \text{pătrat perfect}; \sqrt{400} = 20.$

(d) $900 = 9 \cdot 100 = 3^2 \cdot 2^2 \cdot 5^2 \Rightarrow \text{pătrat perfect}; \sqrt{900} = 30.$

Exercițiul 7. Calculează următoarea expresie:

$$\sqrt{49} + \sqrt{36} + \sqrt{25} - \sqrt{81} + \sqrt{144}$$

Rezolvare:

$$\sqrt{49} = 7, \sqrt{36} = 6, \sqrt{25} = 5, \sqrt{81} = 9, \sqrt{144} = 12.$$

$$7 + 6 + 5 - 9 + 12 = (7 + 6 + 5) - 9 + 12 = 18 - 9 + 12 = 9 + 12 = 21.$$

Rezultat: 21.

Succes!