

Lecția 5 - Rombul

Clasa a 7-a – Capitolul 1 - Geometrie

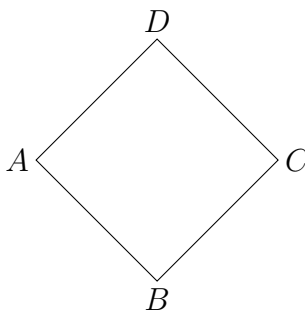
Instrucțiuni

Rezolvă exercițiile de mai jos folosind proprietățile rombului (laturi congruente, unghiuri opuse congruente, diagonale perpendiculare care sunt și bisectoare). Durata recomandată: **45 de minute**.

Exerciții

Exercițiul 1. Un romb are perimetrul egal cu 28 cm.

- Calculează lungimea laturii rombului.
- Dacă lungimea unei laturi este exprimată în decimetri, cât este aceasta?



a)

Un romb are toate cele 4 laturi egale.

$$ABCD - \text{romb} \Rightarrow AB = BC = CD = DA = l$$

$$P_{ABCD} = AB + BC + CD + DA$$

$$P_{ABCD} = 4l \Rightarrow l = \frac{P_{ABCD}}{4} = \frac{28}{4} = 7 \text{ cm}$$

$$l = 7 \text{ cm} \Rightarrow AB = BC = CD = DA = 7 \text{ cm}$$

b)

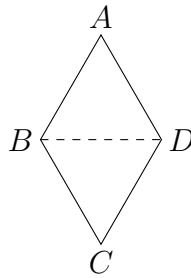
1

Transformăm din cm în dm

$$1 \text{ dm} = 10 \text{ cm} \Rightarrow 1 \text{ cm} = 0,1 \text{ dm} \quad | \cdot 7 \Rightarrow 7 \text{ cm} = 0,7 \text{ dm}$$

Exercițiul 2. În rombul $ABCD$, măsura unghiului BAD este de 60° și lungimea diagonalei mici BD este de 8 cm.

- (a) Determină perimetrul rombului.
- (b) Precizează natura triunghiului ABD .



Urm începe cu b) pentru a analiza $\triangle ABD$

b)

$$m(\angle BAD) = 60^\circ$$

$$BD = 8 \text{ cm}$$

$$ABCD - \text{romb} \Rightarrow AB = AD \Rightarrow \triangle ABD - \text{isoscel}$$

Obs.: Un triunghi isoscel cu un unghi de 60° este echilateral

$$\begin{array}{l} \triangle ABD - \text{isoscel} \\ m(\angle A) = 60^\circ \end{array} \Rightarrow \triangle ABD - \text{echilateral}$$

a)

$$\triangle ABD - \text{echilateral} \Rightarrow AB = BD = 8 \text{ cm}$$

$$ABCD - \text{romb} \Rightarrow AB = BC = CD = DA = l$$

$$l = 8 \text{ cm}$$

$$P_{ABCD} = 4l$$

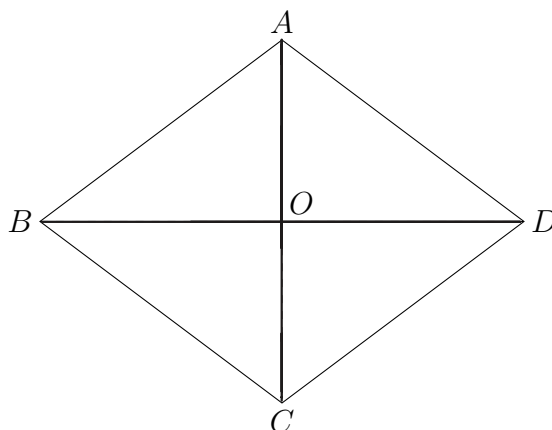
$$P_{ABCD} = 4 \cdot 8$$

$$P_{ABCD} = 32 \text{ cm}$$

Exercițiul 3. Un romb are diagonalele cu lungimile de 6 cm și 8 cm.

- (a) Desenează rombul și notează intersecția diagonalelor cu O .
- (b) Calculează perimetrul triunghiului AOB , știind că latura rombului este de 5 cm.

a)



b)

Într-un romb diagonalele se înjumătățesc

Fie $AC = 8 \text{ cm}$ și $BD = 6 \text{ cm}$

$$\{O\} = AC \cap BD \Rightarrow \begin{cases} AO = OC = \frac{AC}{2} = \frac{8}{2} = 4 \text{ cm} \\ BO = OD = \frac{BD}{2} = \frac{6}{2} = 3 \text{ cm} \end{cases}$$

$$l = 5 \text{ cm} \Rightarrow AB = 5 \text{ cm}$$

$$P_{\triangle AOB} = AO + OB + BA$$

$$AO = 4 \text{ cm}$$

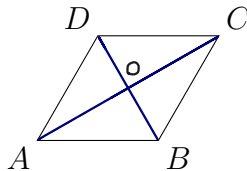
$$OB = 3 \text{ cm}$$

$$BA = 5 \text{ cm}$$

$$P_{\triangle AOB} = 4 + 3 + 5$$

$$P_{\triangle AOB} = 12 \text{ cm}$$

Exercițiul 4. Fie $ABCD$ un romb cu perimetrul de 40 cm. Știind că măsura unghiului ABC este dublul măsurii unghiului BAD , calculează lungimea diagonalei AC și măsura unghiului BCD .



$$\begin{aligned} ABCD - \text{romb} &\Rightarrow P_{ABCD} = 4l \Rightarrow 4l = 40 : 4 \\ P_{ABCD} &= 40 \text{ cm} \quad l = 10 \text{ cm} \end{aligned}$$

Unghiurile alăturate în romb sunt suplementare

$$m(\angle BAD) + m(\angle ABC) = 180^\circ$$

$$m(\angle ABC) = 2m(\angle BAD)$$

$$m(\angle BAD) + 2m(\angle BAD) = 180^\circ \Rightarrow 3m(\angle BAD) = 180^\circ : 3$$

$$m(\angle BAD) = 60^\circ \Rightarrow m(\angle ABC) = 2 \cdot 60^\circ = 120^\circ$$

$$\angle BCD \text{ este opus cu } \angle BAD \Rightarrow m(\angle BCD) = m(\angle BAD) = 60^\circ$$

$$\begin{aligned} &\Delta B \text{ împarte unghiul } \angle ABC \text{ în 2 unghiuri de } 60^\circ \Rightarrow \\ \Rightarrow m(\angle ABO) &= m(\angle CBO) = \frac{m(\angle ABC)}{2} = 60^\circ \end{aligned}$$

$$\text{Fie } \{O\} = AC \cap BD$$

$$\begin{aligned} \text{În } \Delta AOB: m(\angle O) &= 90^\circ \quad \left. \begin{aligned} m(\angle B) &= 60^\circ \end{aligned} \right\} \Rightarrow \sin(\angle B) = \frac{AO}{AB} \\ \sin(60^\circ) &= \frac{AO}{AB} \end{aligned}$$

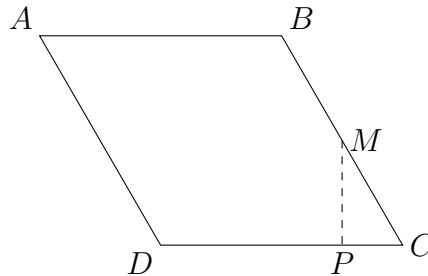
$$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{AO}{AB} \Rightarrow AO = \frac{\sqrt{3}}{2} AB$$

$$AO = \frac{\sqrt{3}}{2} AB = \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot 10$$

4

$$\begin{aligned} AO &= 5\sqrt{3} \quad \left. \begin{aligned} AC &= 2AO \end{aligned} \right\} \Rightarrow AC = 10\sqrt{3} \text{ cm} \end{aligned}$$

Exercițiul 5. În rombul $ABCD$, M este mijlocul laturii BC . Se duce $MP \perp CD$, cu $P \in CD$. Dacă măsura unghiului C este de 60° și $AB = 10$ cm, calculează lungimea segmentului DP .



$$ABCD - \text{romb} \Rightarrow AB = BC = CD = DA = 10 \text{ cm}$$

$$M - \text{mijlocul lui } BC \Rightarrow BM = MC = \frac{BC}{2} = \frac{10}{2} = 5 \text{ cm}$$

$MP \perp DC, P \in DC \Rightarrow m(\angle MPC) = 90^\circ \Rightarrow \triangle MPC - \text{dreptunghic}$
 $\triangle MPC$:

$$m(\angle C) = 60^\circ$$

$$m(\angle MPC) + m(\angle MCP) + m(\angle PMC) = 180^\circ$$

$$m(\angle PMC) = 180^\circ - m(\angle MPC) - m(\angle MCP)$$

$$m(\angle PMC) = 180^\circ - 90^\circ - 60^\circ$$

$$m(\angle PMC) = 30^\circ$$

cateta opusă unghiului de 30° este jumătate din ipotenuză (în triunghi dreptunghic).

$$PC = \frac{MC}{2} = \frac{5}{2} = 2,5 \text{ cm}$$

$$P \in CD$$

$$DC = DP + PC$$

$$DP = DC - PC$$

$$DC = 10 \text{ cm}$$

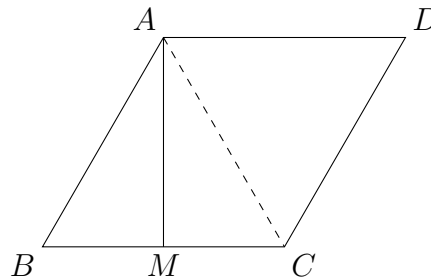
$$PC = 2,5 \text{ cm}$$

$$DP = 10 - 2,5$$

$$DP = 7,5 \text{ cm}$$

Exercițiul 6. Fie $ABCD$ un romb cu perimetrul de 48 cm și măsura unghiului B egală cu 60° . Fie M mijlocul laturii BC .

- (a) Calculează lungimea laturii rombului.
- (b) Demonstrează că $AM \perp BC$



$$\begin{aligned} \text{a)} \quad ABCD - \text{romb} &\Rightarrow P_{ABCD} = 4l \\ l &= \frac{P_{ABCD}}{4} \end{aligned}$$

$$l = \frac{48}{4} = 12 \text{ cm}$$

$$\begin{aligned} \text{b)} \quad \Delta ABC : \\ AB = BC = 12 \text{ cm} \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} \Delta ABC : \\ AB = BC = 12 \text{ cm} \end{aligned}} \right\} \Rightarrow \Delta ABC - \text{isoxel}$$

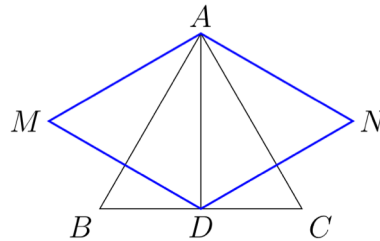
Un triunghi isoxel cu un unghi de 60° este echilateral.

$$\begin{aligned} \Delta ABC - \text{isoxel} \\ m(\angle B) = 60^\circ \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} \Delta ABC - \text{isoxel} \\ m(\angle B) = 60^\circ \end{aligned}} \right\} \Rightarrow \Delta ABC - \text{echilateral}$$

Într-un triunghi echilateral, mediana este și înălțime.

$$\begin{aligned} M - \text{mijlocul lui } BC &\Rightarrow AM - \text{mediană în } \Delta ABC \\ \Delta ABC - \text{echilateral} &\left. \vphantom{\Delta ABC - \text{echilateral}} \right\} \Rightarrow \begin{aligned} &AM - \text{înălțime} \\ &AM \perp BC, M \in BC \end{aligned} \end{aligned}$$

Exercițiul 7. Se consideră triunghiul echilateral ABC . Fie D mijlocul laturii BC . Construim simetricul punctului D față de latura AB (notat cu M) și simetricul punctului D față de latura AC (notat cu N). Demonstrează că patrulaterul $AMDN$ este un romb.



ΔABC - echilateral
 D - mijlocul lui BC (AD - mediană) $\} \Rightarrow AD$ - bisectoare

$$m(\angle DAB) = m(\angle DAC) = \frac{m(\angle BAC)}{2} = \frac{60^\circ}{2} = 30^\circ$$

M - simetricul lui D față de $AB \Rightarrow AB$ - mediatoarea lui MD

Orice punct de pe mediatoare este egal depărtat de capetele segmentului.

$AM = AD \Rightarrow \Delta AMD$ - isoscel

Simetria păstrează unghiurile față de axă $\Rightarrow$

$$\Rightarrow m(\angle MAB) = m(\angle DAB) = 30^\circ$$

$$m(\angle MAD) = m(\angle MAB) + m(\angle DAB)$$

$$m(\angle MAD) = 30^\circ + 30^\circ = 60^\circ$$

ΔAMD - isoscel

$$m(\angle MAD) = 60^\circ \} \Rightarrow \Delta AMD - \text{echilateral} \Rightarrow AM = MD = AD$$

Analog, AC - mediatoarea lui $ND \Rightarrow AN = AD \Rightarrow \Delta AND$ - isoscel

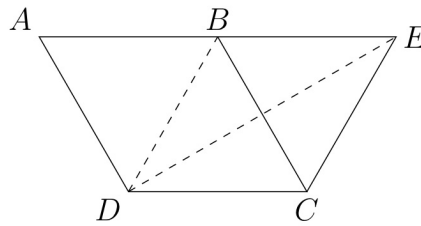
$$m(\angle NAD) = m(\angle NAC) + m(\angle DAC) = 30^\circ + 30^\circ = 60^\circ$$

$$\Delta AND - \text{isoscel} \} \Rightarrow \Delta AND - \text{echilateral} \Rightarrow AN = ND = AD$$

$$AM = MD = DN = AN = AD \Rightarrow AMDN - \text{romb}$$

Exercițiul 8. În figura alăturată, $ABCD$ este un romb, iar triunghiul BCE este echilateral construit în exteriorul rombului. Știind că măsura unghiului ADC este de 120° :

- (a) Demonstrează că triunghiul DBE este isoscel.
 (b) Află măsura unghiului BDE .



a)

În romb unghiurile alăturate sunt suplementare

$$m(\angle BCD) = 180^\circ - m(\angle ADC)$$

$$m(\angle BCD) = 180^\circ - 120^\circ$$

$$m(\angle BCD) = 60^\circ$$

$$\left. \begin{array}{l} \Rightarrow \triangle BCD \text{ isoscel cu } \angle \text{ de } 60^\circ \Rightarrow \\ \Rightarrow \triangle BCD - \text{echilateral} \Rightarrow \\ \Rightarrow BD = BC = l \end{array} \right\} \Rightarrow BE = BD$$

$$\triangle BCE - \text{echilateral} \Rightarrow BE = BC = l$$

$$BE = BD \Rightarrow \triangle DBE - \text{isoscel}$$

b)

$$m(\angle DBE) = m(\angle DBC) + m(\angle CBE)$$

$$\triangle BCD - \text{echilateral} \Rightarrow m(\angle DBC) = 60^\circ$$

$$\triangle BCE - \text{echilateral} \Rightarrow m(\angle CBE) = 60^\circ$$

$$m(\angle DBE) = 60^\circ + 60^\circ = 120^\circ$$

$$\triangle DBE - \text{isoscel} \Rightarrow m(\angle BDE) = m(\angle DEB)$$

$$2m(\angle BDE) + m(\angle DBE) = 180^\circ$$

$$m(\angle BDE) = \frac{180^\circ - m(\angle DBE)}{2} = \frac{180^\circ - 120^\circ}{2} = \frac{60^\circ}{2} = 30^\circ$$