

Lecția 8 - Ariile figurilor geometrice

Clasa a 7-a – Capitolul 1 - Geometrie

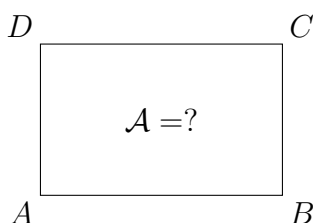
Instrucțiuni

Rezolvă exercițiile de mai jos folosind formulele de calcul pentru ariile triunghiului, paralelogramului, dreptunghiului, pătratului, rombului și trapezului. Durata recomandată: **45 de minute**.

Exerciții

Exercițiul 1. Un dreptunghi are lățimea de 5 cm și perimetrul de 24 cm.

- Determină lungimea dreptunghiului.
- Calculează aria dreptunghiului.



a)

$$P_{\text{dreptunghi}} = 2(L + l) \Rightarrow L = \frac{P_{\text{dreptunghi}} - 2l}{2}$$

$$l = 5 \text{ cm}$$

$$P = 24 \text{ cm}$$

$$L = \frac{24 - 2 \cdot 5}{2}$$

$$L = \frac{24 - 10}{2}$$

$$L = \frac{14}{2} = 7 \text{ cm}$$

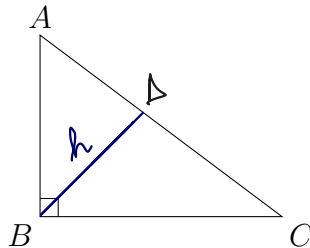
1

b)

$$A_{\text{dreptunghi}} = L \cdot l = 7 \cdot 5 = 35 \text{ cm}^2$$

Exercițiul 2. Un triunghi dreptunghic are catetele cu lungimile de 8 cm și 15 cm.

- Calculează aria triunghiului.
- Dacă lungimea ipotenuzei este de 17 cm, determină lungimea înălțimii corespunzătoare ipotenuzei.



a)

$$A_{\Delta} = \frac{c_1 \cdot c_2}{2}, \quad \begin{array}{l} c_1 = \text{cateta 1} \\ c_2 = \text{cateta 2} \end{array}$$

$$A_{\Delta} = \frac{8 \cdot 15}{2} = 60 \text{ cm}^2$$

b)

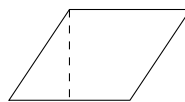
$$h = \frac{c_1 \cdot c_2}{ip} = \frac{8 \cdot 15}{17} = \frac{120}{17}$$

Exercițiul 3. Un pătrat și un romb au același perimetru, egal cu 32 cm. Rombul are înălțimea de 6 cm.

- Calculează aria pătratului.
- Calculează aria rombului și compar-o cu aria pătratului.



Pătrat



Romb

a)

$$P_{\text{pătrat}} = 4l$$

$$l = \frac{P_{ABCA}}{4} = \frac{32}{4} = 8 \text{ cm}$$

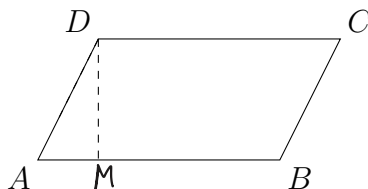
$$A_{\text{pătrat}} = l^2 = 8^2 = 64 \text{ cm}^2$$

$$b) \quad l' = \frac{P_{\text{romb}}}{4} = \frac{32}{4} = 8 \text{ cm}$$

$$A = l' \cdot h = 8 \cdot 6 = 48 \text{ cm}^2$$

Exercițiul 4. Fie $ABCD$ un paralelogram cu aria de 48 cm^2 . Lungimea laturii AB este de 8 cm , iar înălțimea corespunzătoare laturii BC este de 6 cm .

- (a) Calculează lungimea înălțimii corespunzătoare laturii AB .
 (b) Determină lungimea laturii BC .



a)

$$A = AB \cdot h \Rightarrow h = \frac{A}{AB} = \frac{48}{8} = 6 \text{ cm}$$

b)

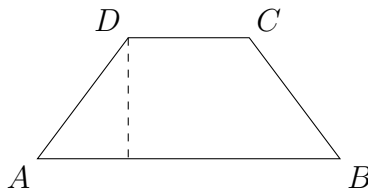
$$A = BC \cdot h$$

$$BC = \frac{A}{h}$$

$$BC = \frac{48}{6} = 8 \text{ cm}$$

Exercițiul 5. Un trapez isoscel $ABCD$ ($AB \parallel CD$) are baza mare $AB = 14 \text{ cm}$, baza mică $CD = 6 \text{ cm}$ și aria egală cu 50 cm^2 .

- (a) Calculează înălțimea trapezului.
 (b) Determină lungimea liniei mijlocii a trapezului.



a) $A = \frac{B+b}{2} \cdot h \Rightarrow h = \frac{2A}{B+b} = \frac{2 \cdot 50}{14+6} = \frac{100}{20} = 5 \text{ cm}$

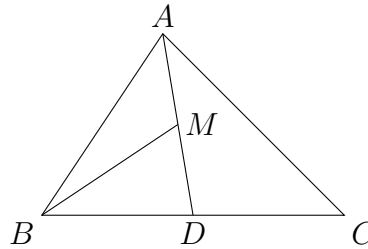
3

b)

$$l_m = \frac{B+b}{2} = \frac{14+6}{2} = \frac{20}{2} = 10 \text{ cm}$$

Exercițiul 6. În triunghiul ABC , AD este mediană ($D \in BC$). Aria triunghiului ABC este de 36 cm^2 . Fie M mijlocul segmentului AD .

- (a) Determină aria triunghiului ABD .
 (b) Calculează aria triunghiului BMD și arată că reprezintă un sfert din aria triunghiului ABC .



a) Mediana împarte triunghiul în două triunghiuri cu arii egale.

$$\left. \begin{array}{l} A_{ABD} + A_{ADC} = A_{ABC} \\ A_{ABD} = A_{ADC} \end{array} \right\} \Rightarrow A_{ABD} = \frac{A_{ABC}}{2} = \frac{36}{2} = 18 \text{ cm}^2$$

b)

În $\triangle ABD$:

BM - mediană, M - mijlocul lui AD

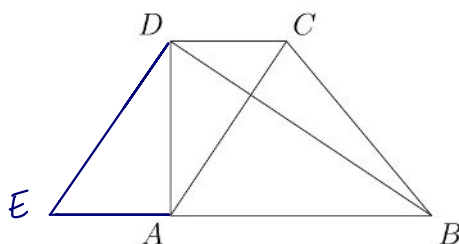
$$A_{BMD} = \frac{A_{ABD}}{2} = \frac{18}{2} = 9 \text{ cm}^2$$

$$A_{ABC} = 36 \text{ cm}^2$$

$$\frac{A_{BMD}}{A_{ABC}} = \frac{9}{36} = \frac{1}{4}$$

Exercițiul 7. Fie $ABCD$ un trapez dreptunghic cu $AB \parallel CD$, $\angle A = 90^\circ$, $AB > CD$.
Diagonalele AC și BD sunt perpendiculare. Știind că baza mică $CD = 4$ cm și
baza mare $AB = 9$ cm:

- (a) Calculează înălțimea trapezului AD .
(b) Calculează aria trapezului $ABCD$.



a) Fie $DE \parallel AC$, $E \in AB \Rightarrow ACDE$ - paralelogram

$$\Rightarrow EA = CD = 4 \text{ cm}$$

$$\left. \begin{array}{l} AC \perp BD \\ DE \parallel AC \end{array} \right\} \Rightarrow DE \perp BD \Rightarrow m(\angle EDB) = 90^\circ$$

$\triangle EDB$:

$$\left. \begin{array}{l} \Delta - \text{înălțime} \\ m(\angle D) = 90^\circ \end{array} \right\} \xRightarrow[\text{înălțimii}]{\text{Teorema}} \Delta^2 = EA \cdot AB$$

$$EA = CD = 4 \text{ cm}$$

$$AB = 9 \text{ cm}$$

$$\Delta^2 = EA \cdot AB$$

$$\Delta = \sqrt{EA \cdot AB}$$

$$\Delta = \sqrt{4 \cdot 9}$$

$$\Delta = \sqrt{36}$$

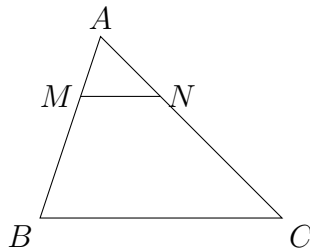
$$\Delta = 6 \text{ cm}$$

5

b) $A = \frac{B+b}{2} \cdot h = \frac{9+4}{2} \cdot 6 = 13 \cdot 3 = 39 \text{ cm}^2$

Exercițiul 8. În triunghiul ABC , punctele M și N sunt situate pe laturile AB , respectiv AC , astfel încât $AM = \frac{1}{3}AB$ și $AN = \frac{1}{3}AC$.

- (a) Arată că aria triunghiului AMN este egală cu $\frac{1}{9}$ din aria triunghiului ABC .
 (b) Dacă aria patrulaterului $BMNC$ este de 32 cm^2 , calculează aria triunghiului ABC .



a)

Triunghiurile $\triangle AMN$ și $\triangle ABN$ au aceeași înălțime

$$\frac{A_{\triangle AMN}}{A_{\triangle ABN}} = \frac{AM \cdot \cancel{h}}{AB \cdot \cancel{h}} = \frac{AM}{AB}$$

$$\frac{AM}{AB} = \frac{1}{3} \Rightarrow \frac{A_{\triangle AMN}}{A_{\triangle ABN}} = \frac{1}{3} \Rightarrow A_{\triangle ABN} = 3A_{\triangle AMN}$$

Triunghiurile $\triangle ABN$ și $\triangle ABC$ au aceeași înălțime

$$\frac{A_{\triangle ABN}}{A_{\triangle ABC}} = \frac{AN}{AC} \left\{ \Rightarrow \frac{A_{\triangle ABN}}{A_{\triangle ABC}} = \frac{1}{3} \Rightarrow A_{\triangle ABC} = 3A_{\triangle ABN} \right.$$

$$\frac{AN}{AC} = \frac{1}{3}$$

$$\text{Deci } A_{\triangle ABC} = 9A_{\triangle AMN} \Rightarrow A_{\triangle AMN} = \frac{1}{9}A_{\triangle ABC}$$

b)

$$A_{BMNC} = A_{\triangle ABC} - A_{\triangle AMN}$$

$$A_{BMNC} = \overset{9}{A_{\triangle ABC}} - \frac{1}{9}A_{\triangle ABC}$$

$$A_{BMNC} = \frac{8A_{\triangle ABC}}{9} \Rightarrow A_{\triangle ABC} = \frac{9A_{BMNC}}{8} = \frac{9 \cdot 32}{8} = 36 \text{ cm}^2$$

$$A_{BMNC} = 32 \text{ cm}^2$$