



Fișă de lucru

Lecție Recapitativă 1: Funcții

Clasa a 8-a – Capitolul 3 - Funcții

Instrucțiuni

Această fișă recapitulează noțiunile despre funcții: definiție, grafic, formule, intersecții cu axele și probleme de geometrie pe grafic.

Durata recomandată: **50 minute**.

Exerciții

Exercițiul 1. Stabiliți care dintre următoarele mulțimi de perechi reprezintă o funcție definită pe prima mulțime cu valori în a doua. Pentru cazurile afirmative, precizați domeniul și imaginea:

- (a) $R_1 = \{(-2, 3), (-1, 1), (0, -1), (1, 1)\} \subset \mathbb{R} \times \mathbb{R}$
- (b) $R_2 = \{(0, 4), (0, 5), (1, 6)\} \subset \{0, 1\} \times \mathbb{R}$
- (c) $R_3 = \{(1, 2), (2, 4), (3, 6), (4, 8)\}$ (unde domeniul este $\{1, 2, 3, 4\}$)
- (d) $R_4 = \{(-1, 0), (0, 0), (1, 1), (1, -1)\}$

Exercițiul 2. Se consideră funcția liniară $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = ax + b$. Determinați numerele reale a și b în fiecare caz:

- (a) Tabelul de valori al funcției conține datele:

x	-1	2	5
$f(x)$	4	-2	-8

- (b) Graficul funcției trece prin punctele $A(-2, 7)$ și $B(4, -5)$.

Exercițiul 3. Determinați parametrul real m astfel încât punctele date să aparțină graficelor funcțiilor respective:

- (a) Pentru $f(x) = 3x + 1$, punctul $A(m, 5) \in G_f$.
- (b) Pentru $g(x) = -2x + 9$, punctul $B(2m - 1, 7) \in G_g$.

Exercițiul 4. Fie funcția $h : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, definită prin $h(x) = -4x + 8$.

- (a) Determinați coordonatele punctului de intersecție a graficului cu axa Ox .
- (b) Determinați coordonatele punctului de intersecție a graficului cu axa Oy .
- (c) Reprezentați grafic funcția.

Exercițiul 5. Determinați funcția liniară $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = ax + b$, știind că graficul său conține punctele $A(-2, 4)$ și $B(1, -2)$. După ce ați aflat formula funcției:

- (a) Calculați valoarea $f(0)$.
- (b) Rezolvați ecuația $f(x) = 0$.

Exercițiul 6. Fie funcția $f : D \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x - 1$, unde domeniul este $D = \{-3, -1, 0, 2, a\}$.

- (a) Determinați numărul real a , știind că $f(a) = 3$.
- (b) Pentru a găsit anterior, scrieți mulțimea valorilor funcției (Imaginea funcției).

Exercițiul 7. Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x - 5$.

- (a) Verificați dacă punctul $P(3, 1)$ aparține graficului funcției.
- (b) Calculați suma $S = f(1) + f(2) + f(3) + \dots + f(20)$.

Exercițiul 8. Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{3}{4}x - 3$.

- (a) Determinați punctele de intersecție ale graficului cu axele de coordonate (A cu Ox și B cu Oy).
- (b) Calculați aria triunghiului AOB format de grafic și axele de coordonate.
- (c) Calculați distanța de la originea $O(0, 0)$ la graficul funcției (înălțimea corespunzătoare ipotenuzei în $\triangle AOB$).

Succes!

Exercițiul 1. Stabiliți care dintre următoarele mulțimi de perechi reprezintă o funcție definită pe prima mulțime cu valori în a doua. Pentru cazurile afirmative, precizați domeniul și imaginea:

(a) $R_1 = \{(-2, 3), (-1, 1), (0, -1), (1, 1)\} \subset \mathbb{R} \times \mathbb{R}$

(b) $R_2 = \{(0, 4), (0, 5), (1, 6)\} \subset \{0, 1\} \times \mathbb{R}$

(c) $R_3 = \{(1, 2), (2, 4), (3, 6), (4, 8)\}$ (unde domeniul este $\{1, 2, 3, 4\}$)

(d) $R_4 = \{(-1, 0), (0, 0), (1, 1), (1, -1)\}$

Domeniul îl vom forma din primele numere din pereche, iar imaginea din numerele de pe a doua poziție din pereche.

a) **Este funcție**, deoarece fiecare element corespunde cu un alt element din imagine.

Domenie: $\{-2, -1, 0, 1\}$

Imagine: $\{3, 1, -1\}$

b) **Nu este funcție**, deoarece elementul $\{0\}$ are două asocieri diferite. (4 și 5)

c) **Este funcție**, deoarece fiecare element corespunde cu un alt element din imagine.

Domenie: $\{1, 2, 3, 4\}$

Imagine: $\{2, 4, 6, 8\}$

d) **Nu este funcție**, deoarece elementul $\{1\}$ are două asocieri diferite. (1 și -1)

Exercițiul 2. Se consideră funcția liniară $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = ax + b$. Determinați numerele reale a și b în fiecare caz:

(a) Tabelul de valori al funcției conține datele:

x	-1	2	5
$f(x)$	4	-2	-8

(b) Graficul funcției trece prin punctele $A(-2, 7)$ și $B(4, -5)$.

a) Folosim doar 2 perechi din tabel pentru a forma sistem.
Iau perechile $(-1, 4)$ și $(2, -2)$.

$$\begin{cases} x = -1 \Rightarrow f(-1) = a \cdot (-1) + b = -a + b = 4 \\ x = 2 \Rightarrow f(2) = a \cdot 2 + b = 2a + b = -2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -a + b = 4 \quad | \cdot (-1) \\ 2a + b = -2 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} a - b = -4 \\ 2a + b = -2 \end{cases} \quad (+)$$

$$3a = -6 \quad | :3$$

$$\underline{a = -2}$$

$$-a + b = 4 \Rightarrow b = 4 + a = 4 - 2 \Rightarrow \underline{b = 2}$$

Verificăm și a treia pereche:

$$x = 5 \Rightarrow f(5) = a \cdot 5 + b = (-2) \cdot 5 + 2 = -10 + 2 = -8 \text{ \textcolor{red}{adevărat}}$$

$$b) A(-2, 7) \in G_f \Rightarrow f(-2) = 7 \quad \left. \begin{array}{l} f(-2) = a \cdot (-2) + b \end{array} \right\} \Rightarrow -2a + b = 7$$

$$B(4, -5) \in G_f \Rightarrow f(4) = -5 \quad \left. \begin{array}{l} f(4) = a \cdot 4 + b \end{array} \right\} \Rightarrow 4a + b = -5$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -2a + b = 7 \quad | \cdot 2 \\ 4a + b = -5 \end{cases} \quad \Leftrightarrow \begin{cases} -4a + 2b = 14 \\ 4a + b = -5 \end{cases} \quad (+)$$

$$3b = 9 \quad | :3$$
$$\underline{b = 3}$$

$$4a + b = -5 \Rightarrow 4a + 3 = -5 \quad | -3 \Rightarrow 4a = -8 \quad | :4$$

$$\underline{a = -2}$$

Exercițiul 3. Determinați parametrul real m astfel încât punctele date să aparțină graficelor funcțiilor respective:

(a) Pentru $f(x) = 3x + 1$, punctul $A(m, 5) \in G_f$.

(b) Pentru $g(x) = -2x + 9$, punctul $B(2m - 1, 7) \in G_g$.

$$\begin{aligned} \text{a) } A(m, 5) \in G_f &\Rightarrow f(m) = 5 \\ f(x) = 3x + 1 &\Rightarrow f(m) = 3m + 1 \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} \text{a) } A(m, 5) \in G_f &\Rightarrow f(m) = 5 \\ f(x) = 3x + 1 &\Rightarrow f(m) = 3m + 1 \end{aligned}} \right\} \Rightarrow \begin{aligned} 3m + 1 &= 5 \quad | -1 \\ 3m &= 4 \quad | :3 \Rightarrow m = \frac{4}{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b) } B(2m-1, 7) \in G_g &\Rightarrow g(2m-1) = 7 \\ g(x) = -2x + 9 &\Rightarrow g(2m-1) = -2(2m-1) + 9 = -4m + 2 + 9 = -4m + 11 \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} \text{b) } B(2m-1, 7) \in G_g &\Rightarrow g(2m-1) = 7 \\ g(x) = -2x + 9 &\Rightarrow g(2m-1) = -4m + 11 \end{aligned}} \right\} \Rightarrow \begin{aligned} -4m + 11 &= 7 \quad | -11 \\ -4m &= -4 \quad | :(-4) \\ m &= 1 \end{aligned}$$

Exercițiul 4. Fie funcția $h : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, definită prin $h(x) = -4x + 8$.

(a) Determinați coordonatele punctului de intersecție a graficului cu axa Ox .

(b) Determinați coordonatele punctului de intersecție a graficului cu axa Oy .

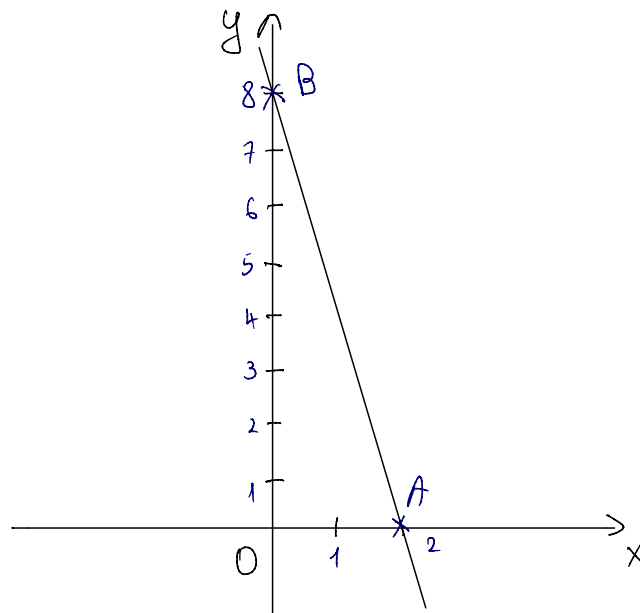
(c) Reprezentați grafic funcția.

$$h : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, h(x) = -4x + 8$$

$$\begin{aligned} \text{a) } h \cap Ox : f(x) = 0 &\Rightarrow -4x + 8 = 0 \quad | -8 \\ -4x &= -8 \quad | :(-4) \\ x &= 2 \Rightarrow A(2, 0) \end{aligned}$$

$$\text{b) } h \cap Oy : x = 0 \Rightarrow f(0) = -4 \cdot 0 + 8 = 0 + 8 = 8 \Rightarrow B(0, 8)$$

c)



Exercițiul 5. Determinați funcția liniară $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = ax + b$, știind că graficul său conține punctele $A(-2, 4)$ și $B(1, -2)$. După ce ați aflat formula funcției:

(a) Calculați valoarea $f(0)$.

(b) Rezolvați ecuația $f(x) = 0$.

$$\left. \begin{array}{l} A(-2, 4) \in G_f \Rightarrow f(-2) = 4 \\ f(-2) = a \cdot (-2) + b \end{array} \right\} \Rightarrow -2a + b = 4$$

$$\left. \begin{array}{l} B(1, -2) \in G_f \Rightarrow f(1) = -2 \\ f(1) = a \cdot 1 + b \end{array} \right\} \Rightarrow a + b = -2$$

$$\Rightarrow \begin{cases} -2a + b = 4 \\ a + b = -2 \end{cases} \quad \begin{array}{l} \cdot 2 \\ + \end{array}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} -2a + b = 4 \\ 2a + 2b = -4 \end{cases} \quad (+)$$

$$3b = 0 \Rightarrow b = 0$$

$$a + b = -2 \Rightarrow a + 0 = -2 \Rightarrow a = -2$$

$$\Rightarrow f(x) = -2x$$

a) $f(0) = -2 \cdot 0 = 0$

b) $f(x) = 0$
 $f(x) = -2x$

$$\Rightarrow -2x = 0 \quad | : (-2)$$

$$x = 0$$

Exercițiul 6. Fie funcția $f: D \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x - 1$, unde domeniul este $D = \{-3, -1, 0, 2, a\}$.

(a) Determinați numărul real a , știind că $f(a) = 3$.

(b) Pentru a găsit anterior, scrieți mulțimea valorilor funcției (Imaginea funcției).

$$f: \{-3, -1, 0, 2, a\} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = 2x - 1$$

a) $f(a) = 3$
 $f(a) = 2a - 1$

$$\Rightarrow 2a - 1 = 3 \quad | +1$$

$$2a = 4 \quad | : 2 \Rightarrow a = 2, \text{ dea în } D$$

b) $a = 2 \Rightarrow D = \{-3, -1, 0, 2\}$

$$\left. \begin{array}{l} f(-3) = 2 \cdot (-3) - 1 = -6 - 1 = -7 \\ f(-1) = 2 \cdot (-1) - 1 = -2 - 1 = -3 \\ f(0) = 2 \cdot 0 - 1 = 0 - 1 = -1 \\ f(2) = 2 \cdot 2 - 1 = 4 - 1 = 3 \end{array} \right\} \Rightarrow \text{Im } f = \{-7, -3, -1, 3\}$$

Exercițiul 7. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = 2x - 5$.

(a) Verificați dacă punctul $P(3, 1)$ aparține graficului funcției.

(b) Calculați suma $S = f(1) + f(2) + f(3) + \dots + f(20)$.

$$a) P(3, 1) \in G_f \Rightarrow f(3) = 1$$

$$f(3) = 2 \cdot 3 - 5 = 6 - 5 = 1 \Rightarrow \text{adevărat}$$

$$b) f(1) = 2 \cdot 1 - 5$$

$$f(2) = 2 \cdot 2 - 5$$

$$f(3) = 2 \cdot 3 - 5$$

$\vdots$

$$f(20) = 2 \cdot 20 - 5 \quad (+)$$

$$S = (2 \cdot 1 - 5) + (2 \cdot 2 - 5) + (2 \cdot 3 - 5) + \dots + (2 \cdot 20 - 5)$$

$$\text{Grupăm termenii: } S = (2 \cdot 1 + 2 \cdot 2 + \dots + 2 \cdot 20) - \underbrace{(5 + 5 + \dots + 5)}_{20 \text{ de termeni}}$$

$$S = 2(1 + 2 + \dots + 20) - 5 \cdot 20$$

$$\text{Suma Gauss: } S = \cancel{2}^1 \cdot \frac{20 \cdot 21}{\cancel{2}_1} - 100 = 20 \cdot 21 - 100 = 420 - 100$$

$$S = 320$$

Exercițiul 8. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{3}{4}x - 3$.

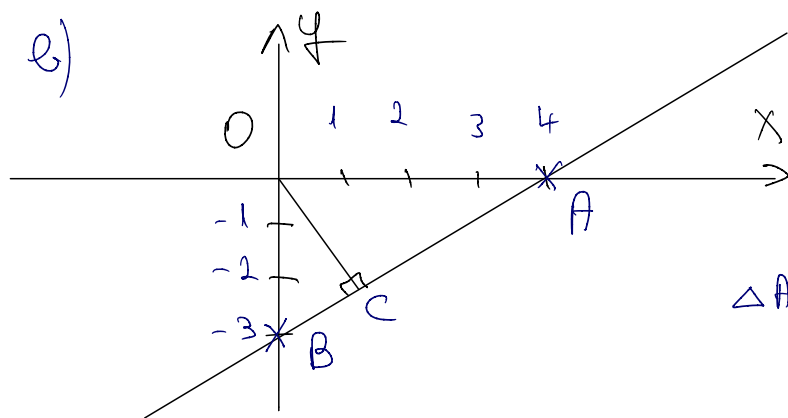
- (a) Determinați punctele de intersecție ale graficului cu axele de coordonate (A cu Ox și B cu Oy).
- (b) Calculați aria triunghiului AOB format de grafic și axele de coordonate.
- (c) Calculați distanța de la originea $O(0, 0)$ la graficul funcției (înălțimea corespunzătoare ipotenuzei în $\triangle AOB$).

$$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{3}{4}x - 3$$

$$a) f \cap Ox: f(x) = 0 \Rightarrow \frac{3}{4}x - 3 = 0 \quad | +3$$

$$\frac{3}{4}x = 3 \quad | \cdot 4 \Rightarrow 3x = 12 \quad | :3 \Rightarrow x = 4 \Rightarrow A(4, 0)$$

$$f \cap Oy: x = 0 \Rightarrow f(0) = \frac{3}{4} \cdot 0 - 3 = 0 - 3 = -3 \Rightarrow B(0, -3)$$



$$\triangle AOB: OA = 4 \\ OB = 3$$

(lungimi luate de pe unitățile de pe axe)

$$\triangle AOB \text{ dreptunghic} \Rightarrow A_{AOB} = \frac{OA \cdot OB}{2} = \frac{4 \cdot 3}{2} = \frac{12}{2} = 6$$

$$c) \text{ Fie } OC \perp AB \Rightarrow d(O, AB) = OC.$$

$$\text{În } \triangle AOB \text{ dreptunghic aplicăm T.P.: } AB^2 = OA^2 + OB^2 = 4^2 + 3^2 = 16 + 9 = 25$$

$$AB = \sqrt{25} = 5$$

$$\text{Exprimăm aria în 2 moduri: } \left. \begin{array}{l} A_{AOB} = 6 \\ A_{AOB} = \frac{OC \cdot AB}{2} \end{array} \right\} \Rightarrow \frac{OC \cdot 5}{2} = 6 \quad | \cdot 2$$
$$5OC = 12 \quad | :5$$
$$OC = \frac{12}{5} = 2,4$$