

Fișă de lucru

Lecția 4 - Formule de calcul prescurtat

Clasa a 8-a – Capitolul 2 - Calcul algebric în R

Instrucțiuni

Încearcă să rezolvi toate exercițiile fără ajutor. Durata recomandată: 30–40 de minute.

Exerciții

Exercițiul 1. Efectuați, aplicând formula $(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$:

- (a) $(x + 4)^2$
- (b) $(3y + 2)^2$
- (c) $(2a + 5)^2$
- (d) $(m + 7n)^2$
- (e) $\left(\frac{p}{2} + q\right)^2$

Rezolvare:

Principiu: pătratul unui binom $(a + b)^2$ se dezvoltă $a^2 + 2ab + b^2$.

$$(a) (x + 4)^2 = x^2 + 8x + 16.$$

$$(b) (3y + 2)^2 = 9y^2 + 12y + 4.$$

$$(c) (2a + 5)^2 = 4a^2 + 20a + 25.$$

$$(d) (m + 7n)^2 = m^2 + 14mn + 49n^2.$$

$$(e) \left(\frac{p}{2} + q\right)^2 = \frac{p^2}{4} + pq + q^2.$$

Exercițiul 2. Efectuați, aplicând formula $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$:

- (a) $(x - 5)^2$

$$(b) (4y - 3)^2$$

$$(c) (3p - 2q)^2$$

$$(d) (2t - 1)^2$$

$$(e) \left(r - \frac{s}{3}\right)^2$$

Rezolvare:

Principiu: $(a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$.

$$(a) (x - 5)^2 = x^2 - 10x + 25.$$

$$(b) (4y - 3)^2 = 16y^2 - 24y + 9.$$

$$(c) (3p - 2q)^2 = 9p^2 - 12pq + 4q^2.$$

$$(d) (2t - 1)^2 = 4t^2 - 4t + 1.$$

$$(e) \left(r - \frac{s}{3}\right)^2 = r^2 - \frac{2rs}{3} + \frac{s^2}{9}.$$

Exercițiul 3. Calculați folosind $(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$:

$$(a) (x + 6)(x - 6)$$

$$(b) (5y + 1)(5y - 1)$$

$$(c) (3a + 2b)(3a - 2b)$$

$$(d) (2m - 3)(2m + 3)$$

Rezolvare:

Principiu: produsul a doi conjugăți” este diferență de pătrate.

$$(a) (x + 6)(x - 6) = x^2 - 36.$$

$$(b) (5y + 1)(5y - 1) = (5y)^2 - 1^2 = 25y^2 - 1.$$

$$(c) (3a + 2b)(3a - 2b) = (3a)^2 - (2b)^2 = 9a^2 - 4b^2.$$

$$(d) (2m - 3)(2m + 3) = (2m)^2 - 3^2 = 4m^2 - 9.$$

Exercițiul 4. Simplificați expresiile (combinați formulele de mai sus):

$$(a) (2x + 3)^2 + (2x - 3)^2$$

$$(b) (5y - 2)^2 - (5y + 2)^2$$

$$(c) (a + b)^2 - (a - b)^2 + 4ab$$

$$(d) (3p + q)(3p - q) + (p - 3q)^2$$

Rezolvare:

Dezvoltăm rapid și reducem termenii asemenea / folosim identități.

$$(a) (2x + 3)^2 + (2x - 3)^2 = (4x^2 + 12x + 9) + (4x^2 - 12x + 9) = 8x^2 + 18.$$

$$(b) (5y - 2)^2 - (5y + 2)^2 = [(5y)^2 - 2 \cdot 5y \cdot 2 + 2^2] - [(5y)^2 + 2 \cdot 5y \cdot 2 + 2^2] \\ = -4 \cdot 5y \cdot 2 = -40y.$$

$$(c) (a + b)^2 - (a - b)^2 + 4ab = \underbrace{(a^2 + 2ab + b^2) - (a^2 - 2ab + b^2)}_{=4ab} + 4ab = 8ab.$$

$$(d) (3p + q)(3p - q) + (p - 3q)^2 = (3p)^2 - q^2 + p^2 - 6pq + 9q^2 \\ = 9p^2 - q^2 + p^2 - 6pq + 9q^2 = 10p^2 - 6pq + 8q^2.$$

Exercițiul 5. Factorizați complet (în produse de binomi potriviți):

(a) $x^2 + 12x + 36$

(b) $9y^2 - 25$

(c) $16a^2 + 40a + 25$

(d) $4m^2 - 12m + 9$

Rezolvare:

Recunoaștem pătrate perfecte și diferențe de pătrate.

$$(a) x^2 + 12x + 36 = (x + 6)^2.$$

$$(b) 9y^2 - 25 = (3y - 5)(3y + 5).$$

$$(c) 16a^2 + 40a + 25 = (4a + 5)^2.$$

$$(d) 4m^2 - 12m + 9 = (2m - 3)^2.$$

Exercițiul 6. Calcul rapid (fără calculator), folosind formulele de calcul prescurtat:

(a) 49^2

(b) 101^2

(c) $999 \cdot 1001$

(d) $197 \cdot 203$

Rezolvare:

Folosim $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$ și $(a - b)(a + b) = a^2 - b^2$.

$$(a) 49^2 = (50 - 1)^2 = 50^2 - 2 \cdot 50 \cdot 1 + 1 = 2500 - 100 + 1 = 2401.$$

$$(b) 101^2 = (100 + 1)^2 = 10000 + 200 + 1 = 10201.$$

$$(c) 999 \cdot 1001 = (1000 - 1)(1000 + 1) = 1000^2 - 1 = 999999.$$

$$(d) 197 \cdot 203 = (200 - 3)(200 + 3) = 200^2 - 3^2 = 40000 - 9 = 39991.$$

Exercițiul 7. Determinați parametrii astfel încât expresiile să aibă forma dorită:

- (a) Găsiți $m \in R$ pentru ca $x^2 + 14x + m$ să fie un pătrat perfect.
- (b) Găsiți $k \in R$ pentru ca $9y^2 - k = (3y - 8)(3y + 8)$.
- (c) Determinați $n \in R$ astfel încât $(2t + n)^2 = 4t^2 + 28t + 49$.

Rezolvare:

Completăm pătratul / comparăm termen cu termen.

$$(a) x^2 + 14x + m = (x + 7)^2 \Rightarrow m = 49.$$

$$(b) (3y - 8)(3y + 8) = (3y)^2 - 8^2 = 9y^2 - 64 \Rightarrow k = 64.$$

$$(c) (2t + n)^2 = 4t^2 + 4nt + n^2 = 4t^2 + 28t + 49 \\ \Rightarrow 4n = 28 \Rightarrow n = 7 \text{ și } n^2 = 49 \text{ (verificat).}$$

Exercițiul 8. Modelare algebrică (aplicați formulele în contexte simple):

- (a) Diferența ariilor a două pătrate cu laturile $(x + 5)$ și $(x - 5)$ este egală cu . Scrieți expresia și simplificați.
- (b) Un dreptunghi are laturile $3a + b$ și $3a - b$. Exprimă aria în formă simplificată.
- (c) Simplificați: $(k + 4)^2 - (k + 3)(k + 5)$.

Rezolvare:

Folosim identitățile pentru a simplifica expresiile.

$$(a) \text{ Diferența ariilor} = (x + 5)^2 - (x - 5)^2 = 4 \cdot x \cdot 5 = 20x.$$

$$(b) A = (3a + b)(3a - b) = (3a)^2 - b^2 = 9a^2 - b^2.$$

$$(c) (k + 4)^2 - (k + 3)(k + 5) = (k^2 + 8k + 16) - (k^2 + 8k + 15) = 1.$$

Succes!

Dacă există nelămuriri, lasă un comentariu în secțiunea de la această lecție