

Fișă de lucru

Lecția 3 – Funcții de forma

$$f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = ax + b$$

Clasa a 8-a – Capitolul 3 - Funcții

Instrucțiuni

Reține:

- Graficul funcției $f(x) = ax + b$ este o dreaptă.
- Punctul $P(x, y)$ aparține graficului funcției f dacă $f(x) = y$.
- Intersecția graficului cu axele: $Ox \Rightarrow f(x) = 0$ și $Oy \Rightarrow x = 0$.
- La funcțiile definite prin acoladă (pe ramuri), alegeți formula corectă verificând intervalul în care se află x .

Durata recomandată: **40-50 minute**.

Exerciții

Exercițiul 1. Identifică numerele reale a și b (panta și termenul liber) pentru următoarele funcții de forma $f(x) = ax + b$:

- (a) $f(x) = 3x - 2$
- (b) $f(x) = -x + 5$
- (c) $f(x) = 7$
- (d) $f(x) = 4 - 2x$
- (e) $f(x) = \frac{1}{2}x - 3$
- (f) $f(x) = -5x$

Exercițiul 2. Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = -3x + 7$.

- (a) Calculați valorile: $f(-2)$, $f(0)$ și $f\left(\frac{5}{3}\right)$.
- (b) Determinați numărul real x pentru care $f(x) = 1$.
- (c) Determinați numărul real x pentru care $f(x) = -5$.

Exercițiul 3. Determinați legea funcției liniare $f(x) = ax + b$, știind că graficul acesteia conține punctele:

- (a) $A(-1, 4)$ și $B(3, -8)$
- (b) $C(0, -2)$ și $D(6, 10)$
- (c) $E(-1, 5)$ și $F(2, -1)$

Exercițiul 4. Determinați coordonatele punctelor de intersecție ale graficului funcției cu axele de coordonate Ox și Oy pentru:

- (a) $f(x) = 2x - 6$
- (b) $g(x) = -4x + 1$
- (c) $h(x) = \frac{3}{2}x + 9$

Exercițiul 5. Determinați coordonatele punctului de intersecție al graficelor funcțiilor f și g (rezolvați ecuația $f(x) = g(x)$):

- (a) $f(x) = 2x - 5$ și $g(x) = -x + 1$
- (b) $f(x) = 4x + 3$ și $g(x) = 2x - 1$
- (c) $f(x) = -3x + 2$ și $g(x) = 5x - 6$

Exercițiul 6. Probleme cu parametru real m :

- (a) Determinați $m \in \mathbb{R}$ astfel încât punctul $A(1, 4)$ să aparțină graficului funcției $f(x) = (m + 2)x - 3$.
- (b) Determinați $m \in \mathbb{R}$ știind că graficul funcției $g(x) = (2m - 1)x + 5$ intersectează axa Oy în punctul de ordonată $y = 5$.
- (c) Determinați $m \in \mathbb{R}$ astfel încât graficul funcției $h(x) = (m - 3)x + 8$ să intersecteze axa Ox în punctul de abscisă $x = 4$.

Exercițiul 7. Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definită astfel:

$$f(x) = \begin{cases} 2x + 3, & \text{dacă } x \leq 1 \\ -x + 6, & \text{dacă } x > 1 \end{cases}$$

- (a) Calculați $f(-2)$, $f(1)$ și $f(4)$.
- (b) Determinați numărul real a pentru care $f(a) = 5$.
- (c) Reprezentați grafic funcția în sistemul de axe ortogonale xOy .

Exercițiul 8. Determinați intervalul I pentru care funcția ia valori pozitive ($f(x) \geq 0$):

(a) $f(x) = 5x - 15$

(b) $g(x) = -2x + 9$

(c) $h(x) = \frac{3}{4}x - 6$

Succes!

Exercițiul 1. Identifică numerele reale a și b (panta și termenul liber) pentru următoarele funcții de forma $f(x) = ax + b$:

(a) $f(x) = 3x - 2$ $a = 3, b = -2$

(b) $f(x) = -x + 5$ $a = -1, b = 5$

(c) $f(x) = 7$ $a = 0, b = 7$

(d) $f(x) = 4 - 2x$ $a = -2, b = 4$

(e) $f(x) = \frac{1}{2}x - 3$ $a = \frac{1}{2}, b = -3$

(f) $f(x) = -5x$
 $a = -5, b = 0$

Exercițiul 2. Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = -3x + 7$.

(a) Calculați valorile: $f(-2)$, $f(0)$ și $f\left(\frac{5}{3}\right)$.

(b) Determinați numărul real x pentru care $f(x) = 1$.

(c) Determinați numărul real x pentru care $f(x) = -5$.

$$f(x) = -3x + 7$$

a) $f(-2) = -3 \cdot (-2) + 7 = 6 + 7 = 13$

$$f(0) = -3 \cdot 0 + 7 = 0 + 7 = 7$$

$$f\left(\frac{5}{3}\right) = -3 \cdot \frac{5}{3} + 7 = -5 + 7 = 2$$

b) $f(x) = 1$
 $f(x) = -3x + 7$ $\Rightarrow -3x + 7 = 1 \quad | -7$
 $-3x = -6 \quad | : (-3)$
 $x = 2$

c) $f(x) = -5$
 $f(x) = -3x + 7$ $\Rightarrow -3x + 7 = -5 \quad | -7$
 $-3x = -12 \quad | : (-3)$
 $x = 4$

Exercițiul 3. Determinați legea funcției liniare $f(x) = ax + b$, știind că graficul acesteia conține punctele:

(a) $A(-1, 4)$ și $B(3, -8)$

(b) $C(0, -2)$ și $D(6, 10)$

(c) $E(-1, 5)$ și $F(2, -1)$

$$\begin{aligned} a) \quad A(-1, 4) \in G_f &\Rightarrow f(-1) = 4 \\ f(x) = ax + b &\Rightarrow f(-1) = -a + b \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} A(-1, 4) \in G_f &\Rightarrow f(-1) = 4 \\ f(x) = ax + b &\Rightarrow f(-1) = -a + b \end{aligned}} \right\} \Rightarrow -a + b = 4$$

$$\begin{aligned} B(3, -8) \in G_f &\Rightarrow f(3) = -8 \\ f(x) = ax + b &\Rightarrow f(3) = 3a + b \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} B(3, -8) \in G_f &\Rightarrow f(3) = -8 \\ f(x) = ax + b &\Rightarrow f(3) = 3a + b \end{aligned}} \right\} \Rightarrow 3a + b = -8$$

$$\begin{cases} -a + b = 4 \\ 3a + b = -8 \end{cases} \quad \begin{array}{l} \cdot (-1) \\ \hline \end{array} \Leftrightarrow \begin{cases} -a + b = 4 \\ -3a - b = -8 \end{cases} \quad (+) \quad \begin{array}{r} -4a \quad / \quad = -4 \quad / : (-4) \end{array}$$

$$\underline{a = 1}$$

$$\begin{aligned} -a + b = 4 &\Rightarrow -1 + b = 4 \quad / +1 \\ \underline{b = 5} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow f(x) = 1 \cdot x + 5 = x + 5$$

$$\begin{aligned} b) \quad C(0, -2) \in G_f &\Rightarrow f(0) = -2 \\ f(x) = ax + b &\Rightarrow f(0) = a \cdot 0 + b = 0 + b = b \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} C(0, -2) \in G_f &\Rightarrow f(0) = -2 \\ f(x) = ax + b &\Rightarrow f(0) = a \cdot 0 + b = 0 + b = b \end{aligned}} \right\} \Rightarrow \underline{b = -2}$$
$$\begin{aligned} D(6, 10) \in G_f &\Rightarrow f(6) = 10 \\ f(x) = ax + b &\Rightarrow f(6) = 6a + b \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} D(6, 10) \in G_f &\Rightarrow f(6) = 10 \\ f(x) = ax + b &\Rightarrow f(6) = 6a + b \end{aligned}} \right\} \Rightarrow 6a + b = 10$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow 6a - 2 &= 10 \quad / +2 \\ 6a &= 12 \quad / :6 \\ \underline{a = 2} \end{aligned}$$

$$\Rightarrow f(x) = 2x - 2$$

$$\begin{aligned} c) \quad E(-1, 5) \in G_f &\Rightarrow f(-1) = 5 \\ f(x) = ax + b &\Rightarrow f(-1) = -a + b \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} E(-1, 5) \in G_f &\Rightarrow f(-1) = 5 \\ f(x) = ax + b &\Rightarrow f(-1) = -a + b \end{aligned}} \right\} \Rightarrow -a + b = 5$$

$$\begin{aligned} F(2, -1) \in G_f &\Rightarrow f(2) = -1 \\ f(x) = ax + b &\Rightarrow f(2) = 2a + b \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} F(2, -1) \in G_f &\Rightarrow f(2) = -1 \\ f(x) = ax + b &\Rightarrow f(2) = 2a + b \end{aligned}} \right\} \Rightarrow 2a + b = -1$$

$$\begin{cases} -a+b=5 \\ 2a+b=-1 \end{cases} \quad (\Leftrightarrow) \quad \begin{cases} -a+b=5 \\ -2a-b=1 \end{cases} \quad (+)$$

$$\frac{-3a}{-3a} \quad \frac{-6}{-6} \quad (-3)$$

$$\underline{a=-2}$$

$$-a+b=5 \Rightarrow -(-2)+b=5$$

$$2+b=5 \quad | -2$$

$$\underline{b=3}$$

$$\Rightarrow f(x) = -2x+3$$

Exercițiul 4. Determinați coordonatele punctelor de intersecție ale graficului funcției cu axele de coordonate Ox și Oy pentru:

(a) $f(x) = 2x - 6$

(b) $g(x) = -4x + 1$

(c) $h(x) = \frac{3}{2}x + 9$

a) $f \cap Ox: f(x)=0 \Rightarrow 2x-6=0 \quad | +6$

$$2x=6 \quad | :2$$

$$x=3 \Rightarrow A(3,0)$$

$f \cap Oy: x=0 \Rightarrow f(0)=2 \cdot 0 - 6 = 0 - 6 = -6 \Rightarrow B(0,-6)$

b) $g \cap Ox: g(x)=0 \Rightarrow -4x+1=0 \quad | -1$

$$-4x=-1 \quad | :(-4)$$

$$x=\frac{1}{4} \Rightarrow A(\frac{1}{4},0)$$

$g \cap Oy: x=0 \Rightarrow g(0)=-4 \cdot 0 + 1 = 0 + 1 = 1 \Rightarrow B(0,1)$

c) $h \cap Ox: h(x)=0 \Rightarrow \frac{3}{2}x+9=0 \quad | -9$

$$\frac{3}{2}x=-9 \quad | \cdot 2 \Rightarrow 3x=-18 \quad | :3$$

$$x=-6 \Rightarrow A(-6,0)$$

$h \cap Oy: x=0 \Rightarrow h(0)=\frac{3}{2} \cdot 0 + 9 = 0 + 9 = 9 \Rightarrow B(0,9)$

Exercițiul 5. Determinați coordonatele punctului de intersecție al graficelor funcțiilor f și g (rezolvați ecuația $f(x) = g(x)$):

(a) $f(x) = 2x - 5$ și $g(x) = -x + 1$

(b) $f(x) = 4x + 3$ și $g(x) = 2x - 1$

(c) $f(x) = -3x + 2$ și $g(x) = 5x - 6$

$$\begin{aligned} \text{a) } f(x) &= g(x) \Rightarrow 2x - 5 = -x + 1 \Rightarrow 2x + x = 1 + 5 \\ 3x &= 6 \quad | :3 \\ x &= 2 \end{aligned}$$

$$\left. \begin{aligned} f(2) &= 2 \cdot 2 - 5 = 4 - 5 = -1 \\ g(2) &= -2 + 1 = -1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow f \cap g = A(2, -1)$$

$$\begin{aligned} \text{b) } f(x) &= g(x) \Rightarrow 4x + 3 = 2x - 1 \Rightarrow 4x - 2x = -1 - 3 \\ 2x &= -4 \quad | :2 \\ x &= -2 \end{aligned}$$

$$\left. \begin{aligned} f(-2) &= 4 \cdot (-2) + 3 = -8 + 3 = -5 \\ g(-2) &= 2 \cdot (-2) - 1 = -4 - 1 = -5 \end{aligned} \right\} \Rightarrow f \cap g = B(-2, -5)$$

$$\begin{aligned} \text{c) } f(x) &= g(x) \Rightarrow -3x + 2 = 5x - 6 \Rightarrow -3x - 5x = -6 - 2 \\ -8x &= -8 \quad | :(-8) \\ x &= 1 \end{aligned}$$

$$\left. \begin{aligned} f(1) &= -3 \cdot 1 + 2 = -3 + 2 = -1 \\ g(1) &= 5 \cdot 1 - 6 = 5 - 6 = -1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow f \cap g = C(1, -1)$$

Exercițiul 6. Probleme cu parametru real m :

- (a) Determinați $m \in \mathbb{R}$ astfel încât punctul $A(1, 4)$ să aparțină graficului funcției $f(x) = (m+2)x - 3$.
- (b) Determinați $m \in \mathbb{R}$ știind că graficul funcției $g(x) = (2m-1)x + 5$ intersectează axa Oy în punctul de ordonată $y = 5$.
- (c) Determinați $m \in \mathbb{R}$ astfel încât graficul funcției $h(x) = (m-3)x + 8$ să intersecteze axa Ox în punctul de abscisă $x = 4$.

$$\begin{aligned} \text{a)} \quad A(1, 4) \in G_f &\Rightarrow f(1) = 4 \\ f(x) &= (m+2)x - 3 \Rightarrow f(1) = (m+2) \cdot 1 - 3 = m+2-3 = m-1 \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} A(1, 4) \in G_f &\Rightarrow f(1) = 4 \\ f(x) &= (m+2)x - 3 \Rightarrow f(1) = (m+2) \cdot 1 - 3 = m+2-3 = m-1 \end{aligned}} \right\} \Rightarrow \begin{aligned} m-1 &= 4 \quad | +1 \\ m &= 5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{b)} \quad g \cap Oy : x=0 &\Rightarrow g(0) = 5 \\ g(x) &= (2m-1)x + 5 \Rightarrow g(0) = (2m-1) \cdot 0 + 5 = 0 + 5 = 5 \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} g \cap Oy : x=0 &\Rightarrow g(0) = 5 \\ g(x) &= (2m-1)x + 5 \Rightarrow g(0) = (2m-1) \cdot 0 + 5 = 0 + 5 = 5 \end{aligned}} \right\} \Rightarrow$$

$\Rightarrow$ Adevărat pentru orice $m \in \mathbb{R}$.

$$\begin{aligned} \text{c)} \quad h \cap Ox : h(x) &= 0 \Rightarrow h(4) = 0 \\ h(x) &= (m-3)x + 8 \Rightarrow h(4) = (m-3) \cdot 4 + 8 = 4m - 12 + 8 = 4m - 4 \end{aligned} \quad \left. \vphantom{\begin{aligned} h \cap Ox : h(x) &= 0 \Rightarrow h(4) = 0 \\ h(x) &= (m-3)x + 8 \Rightarrow h(4) = (m-3) \cdot 4 + 8 = 4m - 12 + 8 = 4m - 4 \end{aligned}} \right\} \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 4m - 4 = 0 \quad | +4$$

$$4m = 4 \quad | :4$$

$$m = 1$$

Exercițiul 7. Se consideră funcția $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ definită astfel:

$$f(x) = \begin{cases} 2x + 3, & \text{dacă } x \leq 1 \\ -x + 6, & \text{dacă } x > 1 \end{cases}$$

- (a) Calculați $f(-2)$, $f(1)$ și $f(4)$.
(b) Determinați numărul real a pentru care $f(a) = 5$.
(c) Reprezentați grafic funcția în sistemul de axe ortogonale xOy .

a) $-2 \leq 1 \Rightarrow f(-2) = 2 \cdot (-2) + 3 = -4 + 3 = -1$

$1 \leq 1 \Rightarrow f(1) = 2 \cdot 1 + 3 = 2 + 3 = 5$

$4 > 1 \Rightarrow f(4) = -4 + 6 = 2$

b) $f(a) = 5$

Cazul 1 (Prima ramură)

$$\left. \begin{array}{l} f(x) = 2x + 3 \Rightarrow f(a) = 2a + 3 \\ f(a) = 5 \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{array}{l} 2a + 3 = 5 \quad | -3 \\ 2a = 2 \quad | :2 \end{array}$$

$a = 1 \leq 1$ este soluție

Cazul 2 (A doua ramură)

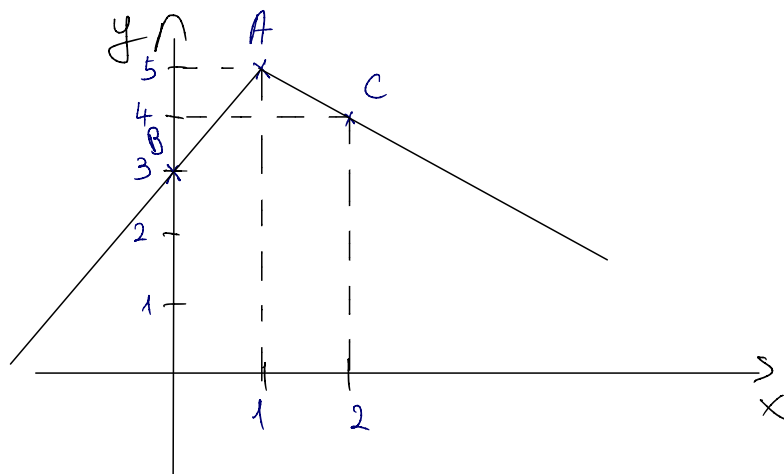
$$\left. \begin{array}{l} f(x) = -x + 6 \Rightarrow f(a) = -a + 6 \\ f(a) = 5 \end{array} \right\} \Rightarrow \begin{array}{l} -a + 6 = 5 \quad | -6 \\ -a = -1 \quad | \cdot (-1) \end{array}$$

$a = 1 > 1$ fals, nu este soluție

c) Luăm 2 valori pentru ambele ramuri și apoi trasăm graficul.

I $\left\{ \begin{array}{l} f(1) = 2 \cdot 1 + 3 = 2 + 3 = 5 \Rightarrow A(1, 5) \\ f(0) = 2 \cdot 0 + 3 = 0 + 3 = 3 \Rightarrow B(0, 3) \end{array} \right.$

II $\left\{ \begin{array}{l} f(1) = -1 + 6 = 5 \Rightarrow A(1, 5) \\ f(2) = -2 + 6 = 4 \Rightarrow C(2, 4) \end{array} \right.$



Exercițiul 8. Determinați intervalul I pentru care funcția ia valori pozitive ($f(x) \geq 0$):

(a) $f(x) = 5x - 15$

(b) $g(x) = -2x + 9$

(c) $h(x) = \frac{3}{4}x - 6$

a) $f(x) \geq 0 \Rightarrow 5x - 15 \geq 0 \quad | +15$

$$5x \geq 15 \quad | :5$$

$$x \geq 3 \Rightarrow x \in [3, +\infty)$$

b) $g(x) \geq 0 \Rightarrow -2x + 9 \geq 0 \quad | -9$

$$-2x \geq -9 \quad | :(-2)$$

$$x \leq \frac{9}{2} \Rightarrow x \in (-\infty, \frac{9}{2}]$$

c) $h(x) \geq 0 \Rightarrow \frac{3}{4}x - 6 \geq 0 \quad | +6$

$$\frac{3}{4}x \geq 6 \quad | \cdot 4$$

$$3x \geq 24 \quad | :3$$

$$x \geq 8 \Rightarrow x \in [8, +\infty)$$