

Rezolvare - Fișă de lucru

Lecția 2 - Înmulțirea și împărțirea numerelor reale reprezentate prin litere

Clasa a 8-a – Capitolul 2 - Calcul algebric în R

Instrucțiuni

Încearcă să rezolvi toate exercițiile fără ajutor. Durata recomandată: 30–40 de minute.

Exerciții

Exercițiul 1. Efectuați produse de monoame (aplicați $x^m \cdot x^n = x^{m+n}$ și înmulțirea coeficienților):

(a) $(-7x) \cdot (-3x^2)$

(b) $(5x^4) \cdot (2x)$

(c) $(9a^3) \cdot (-4a^5)$

(d) $(3y) \cdot (5y^3)$

(e) $(-8p^2) \cdot (p^4)$

(f) $(12m) \cdot (-m^2)$

Rezolvare:

Principiu: înmulțim coeficienții și adunăm exponenții pentru aceeași literă.

(a) $(-7) \cdot (-3) \cdot x^{1+2} = 21x^3.$

(b) $5 \cdot 2 \cdot x^{4+1} = 10x^5.$

(c) $9 \cdot (-4) \cdot a^{3+5} = -36a^8.$

(d) $3 \cdot 5 \cdot y^{1+3} = 15y^4.$

(e) $(-8) \cdot 1 \cdot p^{2+4} = -8p^6.$

(f) $12 \cdot (-1) \cdot m^{1+2} = -12m^3.$

Exercițiul 2. Înmulțiri de monoame cu mai multe litere (grupați literele identice și adunați exponenții):

- (a) $(-2m^3n) \cdot (5m^2n^4)$
- (b) $(6a^2b^3) \cdot (-3ab)$
- (c) $(4x^2y) \cdot (7xy^5)$
- (d) $(-10p^3q^2) \cdot (3pq)$
- (e) $(15rst^2) \cdot (-2r^2st)$

Rezolvare:

Principiu: coeficienții se înmulțesc; pentru fiecare literă, exponenții se adună.

- (a) $(-2) \cdot 5 \cdot m^{3+2} n^{1+4} = -10m^5n^5.$
- (b) $6 \cdot (-3) \cdot a^{2+1} b^{3+1} = -18a^3b^4.$
- (c) $4 \cdot 7 \cdot x^{2+1} y^{1+5} = 28x^3y^6.$
- (d) $(-10) \cdot 3 \cdot p^{3+1} q^{2+1} = -30p^4q^3.$
- (e) $15 \cdot (-2) \cdot r^{1+2} s^{1+1} t^{2+1} = -30r^3s^2t^3.$

Exercițiul 3. Distribuți un monom la un binom/trinom (folosiți $a(b+c) = ab+ac$):

- (a) $2x(3x-5)$
- (b) $-4y^2(2y-3)$
- (c) $3p(2p^2-p+1)$
- (d) $-5a^2(4a+1)$
- (e) $7m(3m^2-2m+4)$
- (f) $-2t(5t^2-3t-6)$

Rezolvare:

Principiu: fiecare termen din paranteză se înmulțește cu monomul din față.

- (a) $2x \cdot 3x - 2x \cdot 5 = 6x^2 - 10x.$
- (b) $-4y^2 \cdot 2y - (-4y^2) \cdot 3 = -8y^3 + 12y^2.$
- (c) $3p \cdot 2p^2 - 3p \cdot p + 3p = 6p^3 - 3p^2 + 3p.$
- (d) $-5a^2 \cdot 4a - 5a^2 = -20a^3 - 5a^2.$
- (e) $7m \cdot 3m^2 - 7m \cdot 2m + 7m \cdot 4 = 21m^3 - 14m^2 + 28m.$
- (f) $-2t \cdot 5t^2 - (-2t) \cdot 3t - (-2t) \cdot 6 = -10t^3 + 6t^2 + 12t.$

Exercițiul 4. Înmulțiri de polinoame (binom cu binom / binom cu trinom). Reduceți termenii asemenea:

- (a) $(x + 3)(2x - 5)$
- (b) $(2a - 1)(a + 4)$
- (c) $(x - 2)(x^2 + 3x + 1)$
- (d) $(3y - 2)(y - 4)$
- (e) $(2m + 5)(m^2 - m + 3)$

Rezolvare:

Principiu: folosim distributivitatea și apoi adunăm termenii asemenea.

$$(a) \quad (x + 3)(2x - 5) = x \cdot 2x + x \cdot (-5) + 3 \cdot 2x + 3 \cdot (-5) \\ = 2x^2 - 5x + 6x - 15 = 2x^2 + x - 15.$$

$$(b) \quad (2a - 1)(a + 4) = 2a \cdot a + 2a \cdot 4 - 1 \cdot a - 1 \cdot 4 \\ = 2a^2 + 8a - a - 4 = 2a^2 + 7a - 4.$$

$$(c) \quad (x - 2)(x^2 + 3x + 1) = x \cdot x^2 + x \cdot 3x + x \cdot 1 - 2 \cdot x^2 - 2 \cdot 3x - 2 \cdot 1 \\ = x^3 + 3x^2 + x - 2x^2 - 6x - 2 = x^3 + x^2 - 5x - 2.$$

$$(d) \quad (3y - 2)(y - 4) = 3y \cdot y + 3y \cdot (-4) - 2 \cdot y - 2 \cdot (-4) \\ = 3y^2 - 12y - 2y + 8 = 3y^2 - 14y + 8.$$

$$(e) \quad (2m + 5)(m^2 - m + 3) = 2m \cdot m^2 + 2m \cdot (-m) + 2m \cdot 3 \\ + 5 \cdot m^2 + 5 \cdot (-m) + 5 \cdot 3 \\ = 2m^3 - 2m^2 + 6m + 5m^2 - 5m + 15 \\ = 2m^3 + 3m^2 + m + 15.$$

Exercițiul 5. Efectuați și reduceți termenii asemenea după înmulțire:

- (a) $(5x^2)(-3x^4) + (7x^3)(2x^3)$
- (b) $(4a)(a^2 - 3a) + (2a^2)(3a - 1)$
- (c) $(3y - 1) \cdot 2y + (y - 4) \cdot (5y)$
- (d) $(-6p^2)(p - 2) + 3p(p^2 + 4p)$

Rezolvare:

Principiu: efectuăm produsele, apoi adunăm/scădem termenii asemenea.

$$(a) (5x^2)(-3x^4) = -15x^6, \quad (7x^3)(2x^3) = 14x^6 \\ \Rightarrow -15x^6 + 14x^6 = -x^6.$$

$$(b) (4a)(a^2 - 3a) = 4a^3 - 12a^2, \quad (2a^2)(3a - 1) = 6a^3 - 2a^2 \\ \Rightarrow (4a^3 + 6a^3) + (-12a^2 - 2a^2) = 10a^3 - 14a^2.$$

$$(c) (3y - 1) \cdot 2y = 6y^2 - 2y, \quad (y - 4) \cdot (5y) = 5y^2 - 20y \\ \Rightarrow 11y^2 - 22y.$$

$$(d) (-6p^2)(p - 2) = -6p^3 + 12p^2, \quad 3p(p^2 + 4p) = 3p^3 + 12p^2 \\ \Rightarrow (-6p^3 + 3p^3) + (12p^2 + 12p^2) = -3p^3 + 24p^2.$$

Exercițiul 6. Împărțiri de monoame (aplicați $\frac{x^m}{x^n} = x^{m-n}$, cu $m \geq n$; împărțiți coeficienții):

$$(a) \frac{12x^7y^3}{-3x^2y}$$

$$(b) \frac{-18a^5b^2}{6a^2b}$$

$$(c) \frac{45m^4n^3}{-15m^2n}$$

$$(d) \frac{56p^6}{8p^3}$$

$$(e) \frac{-72r^5s^2}{9r^2s}$$

$$(f) \frac{63t^8u^4}{-7t^3u^2}$$

Rezolvare:

Principiu: împărțim coeficienții și scădem exponenții pentru aceeași literă.

$$(a) \frac{12}{-3} x^{7-2} y^{3-1} = -4x^5 y^2.$$

$$(b) \frac{-18}{6} a^{5-2} b^{2-1} = -3a^3 b.$$

$$(c) \frac{45}{-15} m^{4-2} n^{3-1} = -3m^2 n^2.$$

$$(d) \frac{56}{8} p^{6-3} = 7p^3.$$

$$(e) \frac{-72}{9} r^{5-2} s^{2-1} = -8r^3 s.$$

$$(f) \frac{63}{-7} t^{8-3} u^{4-2} = -9t^5 u^2.$$

Exercițiul 7. Operații combinate cu monoame (înmulțiri și împărțiri în lanț). Simplificați:

$$(a) \frac{(8x^3 y^2) \cdot (-5x)}{10x^2 y}$$

$$(b) \frac{(-9a^4 b) \cdot (6ab^2)}{-3a^2 b^2}$$

$$(c) \frac{14m^2 \cdot (3m^3)}{7m} \cdot \frac{m^2}{2}$$

$$(d) \frac{(20p^5 q^2)}{4pq} \cdot \frac{-3p}{5q}$$

Rezolvare:

Principiu: simplificăm treptat coeficienții și exponenții, păstrând ordinea operațiilor.

$$(a) \frac{-40x^4 y^2}{10x^2 y} = -4x^{4-2} y^{2-1} = -4x^2 y.$$

$$(b) \frac{(-9 \cdot 6)a^{4+1} b^{1+2}}{-3a^2 b^2} = \frac{-54a^5 b^3}{-3a^2 b^2} = 18a^3 b.$$

$$(c) \frac{14 \cdot 3 m^{2+3}}{7m} \cdot \frac{m^2}{2} = \frac{42m^5}{7m} \cdot \frac{m^2}{2} = 6m^4 \cdot \frac{m^2}{2} = 3m^6.$$

$$(d) \frac{20p^5 q^2}{4pq} \cdot \frac{-3p}{5q} = 5p^4 q \cdot \frac{-3p}{5q} = -3p^5.$$

Exercițiul 8. Probleme de modelare (traduceți în expresii algebrice și simplificați):

- (a) Perimetrul unui dreptunghi este $P = 2(\ell + L)$, unde $\ell = 3x + 1$, $L = 2x - 5$. Scrieți P ca polinom în x .
- (b) Aria unui dreptunghi este $A = \ell \cdot L$, unde $\ell = x - 4$, $L = 2x + 3$. Scrieți A ca polinom în x .
- (c) Un mobil parcurge distanța $d = v \cdot t$ cu $v = 3x + 2$ (m/s) și $t = x - 1$ (s). Exprimați d în funcție de x și reduceți.

Rezolvare:

Reamintire: $P = 2(\ell + L)$, $A = \ell \cdot L$, $d = v \cdot t$.

$$(a) P = 2[(3x + 1) + (2x - 5)] = 2(5x - 4) = 10x - 8.$$

$$(b) A = (x - 4)(2x + 3) = 2x^2 + 3x - 8x - 12 = 2x^2 - 5x - 12.$$

$$(c) d = (3x + 2)(x - 1) = 3x^2 - 3x + 2x - 2 = 3x^2 - x - 2.$$

Succes!